**Les aventures d'Anselme Lanturlu,**

Anselm Vetgirigs Äventyr

**LE GEOMETRICON**

**GEOMETRIKON**

**Jean-Pierre Petit,**

**Jean-Pierre Petit,**

*TOUJOURS TOUT DROIT*

*ALLTID RÄTT I ALLT*

*BUREAU D'ETUDE,* 0a

*TÄNK-TANK*

*,* 0a

Till Euklides – allt ör förlåtet

*,* 0b

Finns det en **matematiker** i närheten?

AVERTISSEMENT

Ceci n'est ni un traité, ni un cours.

C'est simplement l'histoire d'Anselme Lanturlu et de l'un de ses voyages, au pays de la géométrie.

A lire de préférence avec :

\* D'abord de l'aspirine

\* Puis de la ficelle

\* Des ciseaux

\* Du ruban adhésif

\* Un rapporteur

\* Et un joli ballon

 bien rond..., 1

TILL LÄSAREN

Detta är varken en lärobok eller en kurs. Det är helt enkelt historien om Anselm Vetgirig och en av hans resor, till geometriens land. Läs den helst med tillgång till:

* Gott om Aspirin
* Massor av snöre
* En sax
* Tejp
* Vinkelskiva
* Och en ballong,

 rund och fin...

La société Euclide et Cie nacquit à Alexandrie au troisième siècle avant Jésus-Christ. Pendant deux mille deux cents ans les affaires prospérèrent. Les produits étaient appréciés et la clientèle satisfaite et fidèle. 2

Firma Euklides & Co. grundades i Alexandria på 200-talet före vår tid. I tvåtusen år gick affärerna utmärkt. Produkterna uppskattades, och kunderna var stammisar.

*TOUJOURS TOUT DROIT,* 2

*ALLTID RÄTT I ALLT*

*BUREAU D'ETUDE,* 2

*TÄNK-TANK*

*THEOREMES EUCLIDE & Cie,* 2

*SATSER EUKLIDES & Co*

*RECHERCHE MILITAIRE,* 2

*MILITÄR FORSKNING*

*SERVICE DES EXPEDITIONS,* 2

*SHIPPING & DISPATCH*

*SERVICE DES VENTES ET COMPTABILITE,* 2

*SALES DEPARTMENT AND ACCOUNT*

Mais, peu à peu, les goûts des clients changèrent.

Certains, jadis inconditionnels de la marque, à la suite de nombreuses expériences,

se demandèrent :

« Euclide, est-ce vraiment, partout et pour tout, ce qu'il y a de mieux ? »

C'est l'histoire de l'un d'eux que nous allons vous raconter ici., 3

Men gradvis förändrades kundernas smak. Vissa, som tidigare varit varumärket trogna, började fråga sig: är detta sanningen, hela sanningen, och inget annat än sanningen?

Detta är historien om en av dem.

*TOUJOURS TOUT DROIT,* 3

*ALLTID RÄTT I ALLT*

PROLOGUE : un jour, Anselme Lanturlu décida de tendre une ficelle entre deux piquets :, 4

PROLOG: en dag försökte Anselm Vetgirig spänna ett snöre mellan två pålar.

« Tu sent la science ? », 4

Känner du lärdomen?

« Bof... », 4

Poff

« Cette ficelle représente la plus courte distance entre deux POINTS A et B », 4

Snöret följer det kortaste avståndet mellan två punkter A och B.

« En langage savant appelons cela une GEODESIQUE », 4

På fackspråk kallar vi det för en GEODET.

Avec trois fils tendus, c'est à dire avec trois GEODESIQUES,, 5

Med tre spända snören, alltså tre geodeter...

Anselme fit un TRIANGLE, 5

...gjorde Anselm en triangel.

Adaptant son rapporteur à chaque sommet de ce TRIANGLE, il mesura les angles A,B,C, et fit leur somme, 5

Med sin vinkelskiva mätte han vinklarna A, B och C i triangelns hörn och beräknade deras summa.

« D'après l'excellent théorème de la société Euclide et Cie, cette somme vaut 180°

Bon... », 5

Enligt en vacker sats från firma Euklides och Co. måste summan vara 180°.

Le monde où vivait Anselme était nébuleux en diable. On s'y serait mouché avec le nez d'un autre., 6

Anselms värld var täckt av en infernalisk dimma. Men kunde knappt se handen framför sig.

« Qu'y a-t-il quand on va loin ?

Que cache ce brouillard ?

Une GEODESIQUE, c'est une DROITE.

Et si j'allais DROIT DEVANT MOI, le plus loin possible.

Si j'explorais cet espace, histoire de voir ? », 6

Jag undrar hur det ser ut på annat håll.

Vad döljer dimman?

En geodetisk linje är alldeles rak.

Om jag bara går på i samma riktning så långt som möjligt, vad hittar jag då?

« Bien tendre ma GEODESIQUE », 6

Sträckt skall geodeten vara...

Anselme marcha longtemps, longtemps...

Derrière lui, sa ficelle se déroulait, si bien tendue, qu'il se moquait bien des incertitudes de sa marche dans la brume : il fabriquait une impeccable GEODESIQUE., 6

Anselm vandrade länge, länge...

Bakom honom rullades snöret upp och markerade hans väg genom dimman. Det sträckta snöret är en förkroppsligad GEODET.

Mais, je ne sais si vous l'avez remarqué, il y a des jours où tout semble aller de travers., 7

Men som alla vet finns det vissa dagar när inget verkar gå som det skall.

« Ça alors ! », 7

Kors i taket!

« mais... c'est mon piquet ! », 7

Där är min påle!

Anselme, qui avait encore de la ficelle, décida de tirer cette affaire au clair., 7

Anselm, som hade gott om snöre, bestämde sig för att reda upp saken.

Imperturbable, il continua à tendre sa ficelle, et poursuivit, DROIT DEVANT, plein de curiosité., 7

Orädd fortsatte han att spänna sin tråd och gå RAKT FRAMÅT, full av nyfikenhet.

Hélas..., 7

Ack...

« mais c'est encore mon piquet ! », 7

Min påle, igen.

La DROITE d'Anselme se refermait !, 7

Anselms räta linje sluter sig!

« Essayons un théorème de chez Euclide. Je vais tirer trois GEODESIQUES d'égales longueurs. Cela me donnera un TRIANGLE dont les trois angles doivent avoir chacun 60°, leur somme faisant 180°. C'est écrit sur la notice. », 8

Låt oss pröva en av Euklides satser. Jag spänner upp tre GEODETER av samma längd. De ger mig en TRINGEL vars vinklar ska vara 60°, så att summan blir 180°. Så står det i manualen.

« Après, j'aviserais », 8

Vi skall se hur det går.

« Voilà mon deuxième sommet B. Plus qu'à tendre deux autres fils pour trouver le troisième. », 8

Här är B, det andra hörnet. Nu skall jag sträcka två sidor till och finna det tredje hörnet.

« C'est beau la science », 8

Vetenskap är skoj.

« Oh là là !

Les angles sont bien égaux, mais ils font plus de 60°. », 8

Hoppsan!

Vinklarna är förvisso lika, men de är större än 60°.

« Un problème ? », 8

Är något galet?

« leur somme, bien sûr, fait plus de 180° ! », 8

Deras summa kommer att överstiga 180°!

*GEOMETRIE EUCLIDIENNE,* 8

*EUKLIDISK GEOMETRI*

« Pourtant, en posant ma règle bien A PLAT, j'ai vérifié que mes fils étaient bien DROITS. », 9

Och ändå har jag lagt måttbandet helt platt längs marken, så att linjerna verkligen är räta.

« Allô, la maison Euclide ?

Dites, j'ai des ennuis avec votre matériel. », 9

Hallå, Euklides och Co.?
Hörni, jag har problem med era produkter.

« Une seconde, je vous passe le service technique. », 9

Mmm, jag kopplar dig vidare till tekniska avdelningen.

« Des ennuis avec nos triangles ?

Etonnant. Pourquoi n'essayez-vous pas nos cercles ? Nos clients en sont très contents. », 9

Problem med trianglarna?

Märkligt. Varför inte prova våra cirklar? Våra kunder är nöjda med dem.

« ...un cercle est donc l'ensemble des points situés à une distance **ℓ** d'un point fixe. », 9

...en cirkel är orten av punkter på avstånd **ℓ** från en fix punkt.

« Et vous dites : périmètre 2πl, AIRE πl²

c'est noté. », 9

Dess OMKRETS är 2πℓ och dess AREA är πℓ². Uppfattat!

« à votre service », 9

Till Er tjänst.

*« Pour mesurer une AIRE, utilisez le carrelage Euclide. Pour un périmètre, le grillage Euclide est le meilleur matériel sur le marché. La satisfaction de nos clients est notre meilleure publicité. »,* 10

*För mätning av areor, använd euklidiska plattor. För omkretsen finns inget bättre än euklidiskt stängsel. Nöjda kunder är vår bästa reklam.*

*EUCLIDE, LA GÉOMÉTRIE AU SERVICE DE TOUS,* 10

*EUKLIDES*

*GEOMETRI TILL ER TJÄNST*

« Aire πl² », 10

« Area πl² »

« Ici tout n'est qu'ordre et beauté, luxe, calme et volupté », 10

Allt är skönhet på denna kust,

lyx, harmoni och rofull lust

« Ça commence bien, j'ai du rab de carrelage ! », 10

Det börjar bra, jag får plattor över.

« Je vais mesurer le périmètre à l'aide de leur grillage », 10

Nu mäter jag omkretsen med det här stängslet.

« Périmètre : 2πl », 10

« Omkrets: 2πl »

« J'ai aussi du grillage en trop ! », 11

Det blir stängsel över, också!

« Allô, la maison Euclide ? Oui, c'est encore moi !

J'ai d'importantes chutes de carrelage ET de grillage. πl², 2πl, ça ne marche pas du tout, votre affaire ! », 11

Hallå, Euklides och Co.? Ja, det är jag igen.

Jag vill klaga på ert stängsel OCH era plattor. Uttrycken πl² och 2πl stämmer inte! Vad tänker ni göra åt det?

« Ne criez pas comme cela, monsieur.

Moi je ne suis que la secrétaire. Je vous passe le service technique. », 11

Skrik inte sådär.

Jag är bara sekreterare här. Jag kopplar dig till tekniska avdelingen.

« Non, non, les carreaux sont bien joints, mon rayon est bien droit, et mon grillage est bien posé sur le CERCLE ! », 11

Nej, nej, plattorna ligger kant i kant, radien är konstant och stängslet följer omkretsen.

« Monsieur, croyez bien que c'est la première fois que cela se produit.

Essayez encore, et ne vous inquiétez pas, vous savez que nos théorèmes sont garantis. », 11

Min herre, det är första gången det någonsin hänt.

Försök igen och håll huvudet kallt, ni vet att våra satser har kundgaranti.

Anselme poursuivit donc son exploration en augmentant à chaque fois le rayon l de son cercle.

Mais les chutes se firent de plus en plus importantes. , 11

Anselm byggde vidare, med allt större radier l. Och felen blev allt större.

« Ça alors, maintenant j'ai plus de 36% de grillage en trop ! Et plus de 19% de carrelage en

 rab ! Et le cercle que je trace est devenu... une DROITE ! », 12

Nu har jag 36% för mycket stängsel och 19% för mycket plattor. Och cirkeln verkar ha blivit...en linje!

« Je rêve ou quoi ? », 12

Drömmer jag, eller?

« Par l'espace : Cette règle est pourtant bien DROITE ! » , 12

Linjalen är det inget fel på, i alla fall.

Anselme augmente encore le rayon **l**, et cette fois..., 12

Anselm ökade radien ytterligare, och nu...

« La courbure de mon cercle est passée de l'autre côté », 12

Min cirkels krökning går åt andra hållet.

« Et maintenant, quand j'AUGMENTE **l**, mon périmètre DIMINUE, c'est une histoire de fou ! », 12

Och nu, när jag ÖKAR l, blir omkretsen MINDRE. Det är galet!

Après un dernier pavage :, 13

Efter ännu ett försök:

« J'ai dû me foutre dedans... », 13

Jag måste ha tabbat mig...

« Un ennui ? », 13

Är något fel?

QUE S'EST-IL PASSÉ ?

Pour le savoir, dissipons les nuées : , 13

VAD HÄNDE?

För att få klarhet låter vi dimman lätta:

Anselme comprend soudain qu'il est sur une sphère sur laquelle il a appliqué les règles de la GÉOMÉTRIE DU PLAN, 13

Anselm insåg plötsligt att han försökt tillämpa lagarna för PLAN GEOMETRI på en sfär.

« mais comment Anselme s'y est-il pris pour tracer des DROITES sur une sphère ?, ça n'a pas de sens ! », 14

Men hur kunde Anselm dra räta linjer på en sfär? Det är orimligt!

« Ça doit être un piège ! », 14

Låter som en kuggfråga!

« Mon cher, qu'est-ce que vous appelez une droite ? Si c'est le plus court chemin d'un point à un autre, alors il y a des DROITES sur une sphère. », 14

Men vad är egenligen en linje? Om det är den kortaste sträckan mellan två punkter finns det förstås linjer på sfären.

« La notion de Géodésique (ligne de plus court chemin) n'est pas l'exclusivité du PLAN », 14

Geodetiska linjer finns inte bara i planet utan på andra ytor också.

*PLAN,* 14

*PLAN*

« Tendez un élastique entre deux points d'une sphère », 14

Sträck gummibandet mellan två punkter på sfären...

« Lâchez », 14

...och släpp!

« Vous obtenez une GÉODÉSIQUE », 14

Nu har du fått en GEODET.

« Qu'est-ce que vous me racontez ? Ce n'est pas DROIT, ce truc-là ! », 15

Behagar du skämta? Den där prylen är inte rak för fem öre!

« Prenez donc cette règle et vérifiez vous-même », 15

Joho, tag den här linjalen och mät själv.

« Vous appelez cela une règle ! », 15

Kallar du det här en linjal?

« C'est une règle pour les SURFACES.

Sur le PLAN, ça marche très bien, voyez :

Elle permet de n'aller ni à droite, ni à gauche. », 15

Visst. Det är en linjal för YTOR. På planet får du lov att använda den här i stället.

*PLAN,* 15

*PLANE*

« Drôle de règle, enfin... », 15

Just en skön linjal...

« Bon, toujours est-il que lorsque Lanturlu trace sa géodésique, elle se REFERME, Alors, sur une sphère, les géodésiques, ce sont tout simplement des cercles ? », 15

Jaha, och varje gång Anselm gjorde en geodet, slöt den sig. Betyder det att sfärens geodeter helt enkelt är cirklar?

« Toutes les lignes de plus court chemin, sur une sphère, sont des portions de courbes géodésiques fermées, qui sont des cercles tracés sur cette sphère. Mais pas n'importe lesquels ! », 15

Varje kortaste avstånd på en sfär är ett segment av en sluten geodet, som är en cirkel. Men inte vilken cirkel som helst duger!

« Qu'est-ce que c'est que cette histoire ? Vous jouez sur les mots. Vous voulez dire qu'il existe, sur une sphère, plusieurs espèces différentes de cercles ?!? », 16

Men vad är detta? Driver du med mig? Skulle det finnas olika sorters cirklar på sfären?

« Bon sang, je croyais comprendre, et voilà que je ne comprend plus rien du tout... », 16

Jag trodde att jag förstod, men nu är jag lika förvirrad som någonsin förut...

« Un chercle, ch'est l'enchemble des points situés à une distance constante **ℓ** d'un point fixe N, que nous appellerons PÔLE. », 16

En cirkel är orten av punker på ett fixt avstånd ℓ från en given punkt N, som kallas cirkelns mittpunkt.

« mmm... », 16

mmm...

« Voici tout un ensemble de cercles de même pôle N, que nous appellerons PARALLÈLES. », 16

Här är en skara av cirklar med gemensam medelpunkt N. Vi kallar dem paralleller.

« Ces cercles parallèles sont aussi les points à égale distance ℓ**'** du point S ''pôle sud'', antipode du ''pôle nord'' N. », 16

Men punkterna på dessa parallella cirklar har också konstant avstånd till “sydpolen” S, antipoden till N.

« Parmi ceux-ci, il en existe un, plus grand que les autres, qui pourrait servir d'ÉQUATEUR à la sphère. », 16

Bland alla dessa cirklar är en störst, och den är en ekvator på sfären.

*EQUATEUR,* 16

*EKVATOR*

« Je comprends enfin pourquoi un cercle, sur une sphère, a DEUX centres N et S ! », 16

Nu förstår jag äntligen varför en cirkel på en sfär har TVÅ mittpunkter, N och S!

« Nous appellerons ces ''EQUATEURS'' des GRANDS CERCLES de la SPHÈRE. Et ce seront précisément ses GÉODÉSIQUES. », 16

Dessa “ekvatorlinjer” kallas storcirklar – och de utgör precis sfärens geodeter.

« C'est la première fois que je vois une GÉODÉSIQUE de près. Très impressionnant ! », 16

Jag har aldrig sett en sluten geodet förut. Mycket imponerande!

*Cercle polaire Nord,* 17

*Norra polcirkeln*

*GRAND CERCLE,* 17

*STORCIRKEL*

*PARALLELE,* 17

*PARALLELL*

*Tropique du Cancer,* 17

*Kräftans vändkrets*

*EQUATEUR,* 17

*EKVATOR*

*Tropique du Capricorne,* 17

*Stenbockens vändkrets*

*Cercle polaire SUD,* 17

*Södra polcirkeln*

« Sur la planète TERRE les cercles polaires, les Tropiques, sont des parallèles. Madrid et New-York sont sur le même. Mais il est bien connu que cet arc de parallèle qui les joint n'est pas le plus court chemin. Le plus court chemin c'est le GRAND CERCLE ! », 17

På JORDEN är polcirklarna och vändkretsarna paralleller. Madrid och New York ligger på samma parallell. Men alla vet att den kortaste vägen dem emellan inte är parallellen utan ett segment av en STORCIRKEL.

« De mon temps, on appelait cela l'ORTHODROMIE. », 17

På min tid genade vi som mest över diken.

Un TRIANGLE sera constitué par trois arcs innévitablement empruntés à trois grands cercles., 17

Triangelns tre sidor måste vara segment av storcirklar.

On peut matérialiser ces Triangles à l'aide de ruban adhésif ou de fils élastiques et mesurer les angles en plaquant un rapporteur en chaque sommet sur la surface de la sphère. , 17

Sfäriska trianglar kan man studera handgripligen genom att fästa tejp eller gummiband på en boll och sedan mäta vinklarna med en gradskiva.

« Et que vaut alors la somme A+B+C ? », 17

Så vad blir vinkelsumman A+B+C?

« Ça dépend de la surface du triangle. Entre 180° et 900° ! », 17

Det beror på triangeln. Mellan 180° och 900°!

« Sur une courte distance, la paroi de la sphère est peu différente d'un PLAN. Aussi, dans ce cas, la somme... »

, 17

Över korta distanser är sfären nästan plan. Så vinkelsumman...

« ...est très voisine de 180° », 17

...är mycket nära 180°.

« Voici un triangle, que l'on pourrait matérialiser par exemple à l'aide de trois brins de fil élastique », 18

Försök att bygga dig en sådan här triangel, med tre räta vinklar.

« Triangle qui serait alors tri-rectangle et équilatéral », 18

Den är liksidig och “trippelt rät” på samma gång!

« Et la somme des angles : A+B+C vaut 270° », 18

Och vinkelsumman är nu A+B+C=270°.

« Triangle un peu particulier puisqu'il occupe le huitième de la surface de la sphère. », 18

Det är ett specialfall – den tar upp precis en åttondel av sfärens yta.

« Et vous n'avez pas tout vu ! », 18

Och än har du inte sett allt!

Imaginons maintenant un Triangle, toujours constitué de ces brins élastiques, dont nous écartons progressivement les sommets. Les angles en ces sommets vont croître.

Et leur somme fera de même., 18

Föreställ dig en elastisk triangel vars hörn avlägsnar sig från varandra. Vinklarna blir större och större, så även deras summa.

Finalement, on peut s'arranger pour que les trois sommets viennent s'inscrire sur un équateur de la sphère. Les angles A, B et C sont alors PLATS, valent 180°, et leur somme atteint 540° !!..., 18

Vid en viss punkt ligger hörnen på en storcirkel, sfärens ekvator. Varje vinkel är nu en rät linje, alltså 180°. Summan är nu 540°!

En prolongeant cette migration des sommets du triangle sur l'autre hémisphère, celui-ci va converger vers le point S, antipodal de N

Si on conserve aux angles aux sommets leur définition de départ, chacun d'eux vaudra alors plus de 180° ! Pour être précis, il vaudront chacun 360° - 60° = 300° , 19

Hörnen vandrar in på södra halvklotet och möts till slut i punkten S, antipoden till N.

Om vi fortfarande betraktar N som cirkelns medelpunkt så är vinklarna större än 180°! Närmare bestämt är de 360°-60° = 300°.

*Somme : 300 x 3 = 900°,* 19

*Summa: 300° x 3 = 900°*

« La circonférence complète représente 360° », 19

Ett helt varv är 360°.

« Ainsi, sur la sphère, la somme des angles d'un triangle peut aller de 180° à 900° ! », 19

Alltså kan en sfärisk triangels vinkelsumma ligga mellan 180° och 900°!

« Hum... », 19

Hum...

« Suivant le théorème de Gauss, la somme des angles d'un triangle tracé sur une sphère vaut :

A+B+C = 180(1+A/3,1416R²) degrés où R est le rayon de la dite sphère et A l'aire du triangle. », 19

Enligt en sats av GAUSS är vinkelsumman A+B+C=180(1+A/3,1416R²), där R är sfärens radie och A är triangelns area.

*GÉOMÉTRIE SPHÉRIQUE,* 19

*SFÄRISK GEOMETRI*

Si le triangle est d'une aire faible (par rapport à celle de la sphère), on retrouve Euclide (A+B+C=180°), 19

När triangelns area är liten relativt sfärens, övergår formeln till den euklidiska (A+B+C=180°).

Si, au contraire, le triangle a quasiment la surface de la sphère (4 x 3,1416 x R²), on retombe sur les 900°, 19

Om triangelns area tvärtom närmar sig sfärens, 4 x 3,1416 x R², får vi 900°.

Note de service :

Deux points d'une sphère peuvent être joints par deux Arcs Géodésiques constituant UN grand cercle. Mais si ces points N et S sont ANTIPODAUX, alors par ceux-ci passe une infinité de GÉODÉSIQUES !... Deux de ces ''droites de la sphère'' définissent un BIANGLE, dont les deux angles et les deux côtés sont égaux. La somme des angles vaut... n'importe quoi !

La direction, 20

Memorandum:

Två punkter på en sfär kan alltid förbindas av minst en storcirkel. Men om punkterna N och S är antipodala, finns det oändligt många storcirklar genom dem båda. Två sådana linjer bildar en DIGON (tvåhörning), vars två hörnvinklar är lika.

Ledningen

« Complètement débile... », 20

Fullständigt galet...

« Tâchons maintenant de comprendre pourquoi, tout à l'heure, Anselme avait trop de carrelage et de grillage », 20

Låt oss nu försöka förstå varför Anselm fick plattor och stängsel över.

« (C) est le cercle qu'il trace et (γ) le cercle qu'il CROIT tracer. Il évalue l'aire à l'aide de la formule de géométrie plane πℓ² (π = 3,1416). L'aire réelle est la moitié de l'aire de la sphère : 2 πR².

ℓ est le quart du périmètre, soit ½πR, et le rapport entre ces deux aires est π²/8 = 1,233. Le rapport des périmètres est 2πℓ/2πR, soit π/2 = 1,57. Maintenant, si vous êtes sceptiques, essayez d'emballer une sphère avec un plan ! », 20

(C) är cirkeln han ritade, och (γ) är cirkeln han trodde sig rita. Han beräknade arean med en formel från plan trigonometri, πℓ² (π = 3,1416...). Den rätta arean var hälften av sfärens area, alltså 2πR². Radien ℓ är en fjärdedel av sfärens ekvators längd: ½πR. Areorna förhåller sig som π²/8 = 1,233. Omkretsarna förhåller sig som 2πℓ/2πR = π/2 = 1,57. Den som inte vill tro det kan försöka slå in sfären i papper klippt till som en skiva!

« Zut ! Ça fait des plis ! », 20

Tusan! Det blir veck!

« Un plan ! Quel plan ?! », 20

Skiva? Vaddå skiva?

Tant que Lanturlu n'a pas atteint l'équateur de la sphère, la CONCAVITÉ de son cercle lui paraît normale :, 21

Så länge Vetgirig höll sig inom en halvsfär var cirkeln krökt i den förväntade riktningen:

*Parallèle,* 21

*Parallell*

*Géodésique,* 21

*Geodet*

Ce cercle est un parallèle, alors que sa règle suit une GÉODÉSIQUE, c'est-à-dire un GRAND CERCLE de la sphère. , 21

Hans cirkel var en parallell, och hans linjal var en GEODET – alltså en STORCIRKEL på sfären.

A l'équateur, c'est-à-dire quand ℓ=π/2R, le parallèle se confond avec la géodésique et le cercle lui apparaît ''DROIT''., 21

På ekvatorn, alltså när ℓ=π/2R, blev hans parallell en storcirkel, och därmed en rät linje.

*EQUATEUR,* 21

*EKVATOR*

Au-delà, la concavité de son cercle lui paraît s'inverser, 21

Därefter började den krökas åt andra hållet.

*Grand Cercle,* 21

Storcirkel

« Où suis-je ? », 21

Var är jag?

Cette propriété explique comment on peut à volonté ''entrer'' ou ''sortir'' d'un cercle, sans le franchir, lorsqu'il est tracé sur une sphère.

Il faut imaginer ce cercle comme une bague élastique que l'on ferait glisser sur une boule de billard., 21

Så på sfären kan man komma ut ur en cirkel utan att korsa den. Man får tänka sig att cirkeln är elastisk, så att den kan föras runt sfären som ett gummiband runt ett biljardklot.

Anselme mit un certain temps à digérer tous ces aspects, découverts par le mathématicien Gauss (1777-1855). Il décida de partir à la découverte du monde des SURFACES :, 22

Anselm behövde lite tid på sig för att smälta dessa idéer, förknippade med matematikern Gauss (1777-1855). Han beslöt att bekanta sig med YTORNAS värld.

*Géométrie sphérique,* 22

*Sfärisk geometri*

« Bon, j'ai tout ce qu'il me faut : une règle, un rapporteur, de la ficelle, mon maillet. Allons-y... », 22

Fint, jag har allt jag behöver: linjal, vinkelskiva, snöre och en hammare. Nu bär det av...

Parfois la science amène à prendre des risques., 22

Ibland måste man ta risker för vetenskapens skull...

« Savoir ! », 22

Kunskap!

Ayant atteri dans un monde nouveau, Anselme déroule une nouvelle fois une GÉODÉSIQUE, mais, cette fois : , 22

Efter ankomsten till en ny värld rullade Anselm ånyo ut en GEODET, men den här gången:

« Diable, cette surface semble ne mener nulle part ! », 22

Rackarns, på den här ytan kommer man ingen vart!

La géodésique ne se referme pas., 22

Geodeten sluter sig inte.

A l'aide de trois fils bien tendus, Anselme construit un triangle, mais la somme des angles aux sommets se révèle, cette fois, inférieure à 180°, 22

Med tre sträckta trådar gjorde Anselm en triangel – men den här gången blev vinkelsumman **mindre** än 180°!

« Bon, v'là autre chose ! », 22

Jaha, något nytt är på tok.

Un cercle étant toujours l'ensemble des points situés à une même distance ℓ d'un point fixe, Lanturlu constate que ce cercle, tracé sur cette nouvelle surface, a un périmètre SUPÉRIEUR à 2πℓ, tandis que son aire EXCÈDE πℓ².

Dissipons les nuées : , 23

Som vanligt betyder “cirkel” orten av punker på fixt avstånd från en given punkt. Med den definitionen fann Vetgirig att hans cirkels omkrets var större än 2πℓ, och arean större än πℓ².

Låt dimman lätta:

La surface affecte, cette fois, la forme d'un col de montagne ou d'une selle de cheval. Certains objets de votre vie de tous les jours peuvent également convenir : un cor de chasse ou ce type de tabouret : , 23

Ytan har samma form som ett bergspass eller hästsadel. Många vardagliga objekt har denna form: ett jakthorn, vissa typer av pallar:

*PLAN,* 23

*PLAN*

« Là, mon cher, je suis largué... », 23

Om man rider barbacka, då?

« mais non... », 23

Sak samma...

« Pour avoir le fin mot de l'histoire, tournez la page. », 23

För att se historiens upplösning, vänd sida.

COURBURE :, 24

KRÖKNING:

Une surface courbe est une surface où les théorèmes euclidiens ne marchent pas. La courbure peut être positive ou négative.

Sur une surface à COURBURE POSITIVE, la somme des angles d'un triangle est supérieure à 180°. Si on trace un cercle de rayon ℓ, sa surface est inférieure à πℓ² et son périmètre inférieur à 2πℓ.

Sur une surface à COURBURE NÉGATIVE la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°. Si on trace un cercle de rayon ℓ, sa surface est supérieure à πℓ² et son périmètre supérieur à 2πℓ. , 24

En krökt yta är en för vilken euklides satser inte gäller. Krökningen kan vara antingen positiv eller negativ.

På en yta med POSITIV KRÖKNING, är en triangels vinkelsumma större än 180°. En cirkel av radie ℓ har en area mindre än πℓ² och en omkrets kortare än 2πℓ.

På en yta med NEGATIV KRÖKNING, är en triangels vinkelsumma mindre än 180°. En cirkel av radie ℓ har en area större än πℓ² och en omkrets längre än 2πℓ.

Tout à l'heure, Anselme avait constaté qu'en tentant de REVÊTIR une sphère, surface à courbure positive, avec un élément plan, des plis apparaissaient. Le revêtement d'une surface à courbure négative par un plan est également impossible : des craquements apparaissent. Ce test de l'emballage est le plus simple pour déterminer si la courbure est positive ou négative. , 24

För ett tag sedan upptäckte Anselm att när man försöker slå in en yta med positiv krökning i papper, uppstår veck. Att slå in en yta med negativ krökning är inte heller möjligt: pappret rivs sönder.

« Ça craque ! », 24

Det revs!

Comme on peut le voir sur la page précédente, les surfaces peuvent présenter des régions à courbure positive, d'autres à courbure négative. , 24

Som vi såg på föregående sida kan en yta ha positiv kröking i vissa punkter och negativ krökning i andra.

« Un cylindre, un cône, ont-ils une courbure ? », 24

Jag undrar om CYLINDRAR och KONER är krökta?

« Test de l'emballage », 25

Dags för inslagningstestet

« Un cylindre, un cône, se laissent revêtir par un plan ! », 25

Cylindern och konen låter sig slås in i plant papper!

« Pas de panique. Je colle trois fils élastiques, c'est-à-dire trois géodésiques, sur mon cylindre à l'aide de ruban adhésif... », 25

Ingen panik nu. Jag klistrar fast tre sträckta gummisnoddar, alltså tre geodeter, på cylinderns yta.

« Maintenant je marque mes géodésiques SUR la surface... », 25

Jag markerar geodeterna på ytan...

« Je met mon cylindre bien A PLAT », 25

Rullar ut den i planet...

Suivant notre définition, les cylindres et les cônes, obéissant à la géométrie EUCLIDIENNE, sont des SURFACES PLANES !!!, 25

Enligt vår definition har cylindrar och koner euklidisk geometri, och är alltså plana ytor!

« Du calme !... », 26

Lugna dig!

LA NOTION D'ESPACE : , 26

RUMSBEGREPPET:

Tout à l'heure, des nuées empêchaient Anselme de voir plus loin que le bout de son nez... ou presque. S'il n'en avait pas été ainsi, il aurait pu percevoir la COURBURE de son ESPACE SPHÉRIQUE. , 26

Tidigare förhindrade molnen Anselm från att se mycket längre än näsan räcker. Hade det inte varit för dem, hade han sett sitt sfäriska rums KRÖKNING.

Il y a une autre façon d'empêcher Lanturlu de VOIR cette courbure : c'est de lui faire habiter la surface, de faire en sorte qu'il appartienne à celle-ci. , 26

Det finns ett annat sätt att förhindra Vetgirig att uppfatta krökningen visuellt: låt honom leva **på** ytan, snarare än utanför den.

« Hé !? », 26

Häh?

On notera que cette situation nouvelle n'empêche nullement les, 27

Denna nya situation har inget inflytande på...

Mesures de LONGUEURS, 27

längdmått

d'ANGLES, 27

vinklar

De SURFACES, 27

areor

Plotch!

Plaff!

Bien qu'étant confiné DANS la surface, Anselme aurait très bien pu constater la courbure et définir son signe (positif ou négatif), et même la mesurer, sans pour cela être capable de la VOIR. Si la somme des angles d'un triangle vaut 180°, alors cette surface est PLANE.

Si cette somme excède 180°, la courbure est positive et Anselme peut calculer le rayon de courbure R local à l'aide de la formule : A+B+C = 180(1+A/3,14R²) degrés où A est l'aire du triangle.

Si cette somme est inférieure à 180°, on peut définir un rayon de courbure R, donné par : A+B+C = 180(1-A/3,14R²) mais il n'a plus le sens physique habituel.

On notera qu'un PLAN peut être assimilé à une surface ayant un rayon de courbure R infini.

On retrouve alors tous les théorèmes d'Euclide. , 27

Även den som bannlysts från den tredje dimensionen kan mäta rummets krökning, både till tecken och storhet, utan att behöva se den. Om en triangels vinkelsumma är 180°, är ytan plan. Om summan överskrider två räta, är krökningen positiv och den lokala krökningsradien R kan beräknas ur formeln A+B+C=180(1+A/3,14R²), där A är triangelns area. Om summan underskrider två räta, kan vi definiera krökningsradien ur formeln A+B+C=180(1-A/3,14R²), men dess fysiska tolkning blir en annan.

Märk, att vi kan betrakta planet som en yta med oändlig krökningsradie. I den gränsen återfinner vi de euklidiska satserna.

*COURBURE POSITIVE,* 27

*POSTIV KRÖKNING*

*COURBURE NÉGATIVE,* 27

*NEGATIV KRÖKNING*

LE CONCEPT DE DIMENSION, 28

DIMENSIONSBEGREPPET

Le nombre de dimensions est simplement le nombre de quantités, de coordonnées, qu'il faut se donner, dans un espace quelconque, pour y définir un POINT.

Les SURFACES sont des représentations d'espaces à deux dimensions. Les quantités servant au repérage peuvent être des longueurs, des nombres, des angles..., 28

Ett rums dimension är antalet storheter – eller **koordinater** – som måste anges för att adressera dess punkter.

YTOR är rum med två dimensioner. Storheterna vi använder som koordinater kan vara avstånd, vinklar eller andra härledda storheter.

*Cheval en G4,* 28

*Springare på G4*

*Longitude, latitude,* 28

*Longitud, latitud*

On a coutume de dire que notre espace, si on excepte le temps, a trois dimensions, 28

Det är brukligt att säga att det rum vi lever i har tre dimensioner, tiden oräknad.

« Tu es dans un espace à trois dimensions », 28

Du lever i ett tredimensionellt rum.

« Je suis dans QUOI ?!? », 28

I ett VAD?

Anselme observe la mouche., 28

Anselm betraktar flugan.

*Site,* 29

*höjdvinkel*

*Azimuts*

*Parallaxe,* 29

Azimuter

Parallax

Anselme repère les objets par rapport à son corps, à sa boîte crânienne. La position d'un objet ponctuel est connue à l'aide de trois ANGLES : le site et les calages azimutaux de ses deux yeux : β1 et β2.

La différence angulaire β1 – β2 s'appelle la parallaxe.

Dans le cerveau d'Anselme, s'effectue un décodage qui transforme cette parallaxe en distance. , 29

Anselm kan lägesbestämma objekt genom att använda huvudet: en punkts läge kan beräknas ur tre vinklar: höjdvinkeln α och de två azimuterna β1 och β2.

Skillnaden β1 - β2 kallas parallax.

En beräkning utförd på insidan av Anselms kranium ger avståndet.

LE PLONGEMENT :, 29

INBÄDDNINGAR:

Mais la mouche évolue également sur le globe sphérique de la lampe où sa position, dans cet espace bidimensionnel, peut être repérée à l'aide de deux angles θ et φ (longitude et latitude)., 29

Men flugan rör sig på lampans tvådimensionella yta, och där räcker två koordinater till för att ange en position, till exempel de två vinklarna θ och φ (longitud och latitud).

Nous dirons que cet espace à deux dimensions est PLONGÉ dans notre espace à trois dimensions. , 29

Vi säger att detta tvådimensionella rum är inbäddat i vårt vanliga, åskådliga rum.

Supposons que la mouche suive une courbe (C) tracée sur la sphère. On pourra repérer sa position à l'aide d'une seule coordonnée (sa distance s à un point d'origine, comptée algébriquement)

Une courbe est une image d'un espace à UNE dimension.

Cet espace unidimensionnel est plongé dans un espace bidimensionnel (sphère), lui-même PLONGÉ dans un espace tridimensionnel.

Ainsi l'espace où nous évoluons pourrait être plongé dans un espace de dimension supérieure sans que nous puissions en avoir conscience. , 30

Låt oss anta att flugan följer en kurva (C) på sfären. Vi kan ange dess läge med hjälp av en enda koordinat, till exempel avståndet från dess ursprungspunkt (kurvan har en riktning). En kurva är ett ENDIMENSIONELLT rum. Detta endimensionella rum är inbäddat i sfärens tvådimensionella, som i sin tur är inbäddat i vårt tredimensionella. Det rum vi lever i skulle kunna vara inbäddat i ett rum av högre dimension, om vilket vi inte är medvetna.

« Attention ! Un univers peut en cacher un autre ! », 30

Märk väl! Ett universum kan döljas i ett annat!

« Ah, pas de métaphysique voulez-vous ! », 30

Ingen metafysik nu, tack!

« Savez-vous, mon cher, que nous nous définissons dans un espace à une dimension », 30

Inser ni, mina vänner, att vi just nu befinner oss i ett endimensionellt rum?

« Ouh là là ! Moi, les espaces unidimensionnels, j'aime pas ça ! », 30

Jag är själv inte så förtjust i endimensionella rum, ärligt talat.

« La distance AC est de un mètre », 30

Avståndet AC är en meter.

« B est entre A et C », 30

B ligger mellan A och C.

« Même si la ficelle est tortillée en tous sens, B est toujours entre A et C, et la longueur AC est toujours de un mètre. », 31

Även om snöret rullas upp förblir B mellan A och C, och avståndet AC *längs snöret* är fortfarande en meter.

« Exact », 31

Exakt

Cec suggère que certaines propriétés peuvent être indépendantes de la manière dont s'effectue le prolongement., 31

Detta antyder att vissa egenskaper är oberoende av hur inbäddningen gjorts.

Voici différentes manières de PLONGER une COURBE FERMÉE dans l'espace ordinaire. Cette FERMETURE est une propriété indépendante du plongement. , 31

Här ser vi olika sätt att bädda in en **sluten kurva** i det åskådliga rummet (\*). Egenskapen att vara SLUTEN är oberoende av inbäddningen.

(\*) Vår *Lebenswelt*, som matematiskt objekt betraktad.

Mais nous nous sommes bien gardés d'étirer ou de contracter la ficelle, afin de ne pas modifier les LONGUEURS entre des points successifs. Nous allons maintenant PLONGER des SURFACES dans l'espace à trois dimensions ordinaire. , 31

Men vi måste akta oss för att töja snöret, så att vi inte ändra avstånden mellan dess punkter. Härnäst ska vi bädda in YTOR i det tredimensionella rummet.

Si nous PLONGEONS un PLAN dans l'espace à trois dimensions ordinaire, nous pouvons le déplacer, le faire tourner, sans modifier sa GÉOMÉTRIE, 31

Om vi bäddar in ett PLAN i åskådliga rummet, kan vi böja det utan att ändra dess inre geometri.

*PLAN,* 31

*PLAN*

*ESPACE ORDINAIRE A TROIS DIMENSIONS,* 31

*ÅSKÅDLIGA RUMMET, TREDIMENSIONELLT*

Nous avons vu que le fait de déformer un plan suivant un cylindre ne modifiait ni les géodésiques, ni les angles.

Dans cette optique, une tôle ondulée a toujours une géométrie PLANE, EUCLIDIENNE.

Un habitant d'un tel espace bidimensionnel, euclidien, n'aurait aucune conscience des translations, rotations ou ondulations, qui ne seraient que des variations du mode de plongement dans l'espace tridimensionnel., 32

Vi har sett att ett plan låter sig rullas ihop till en cylinder utan att geodeter eller vinklar ändras.

I den meningen är en korrugerad plåt fortfarande PLAN och EUKLIDISK.

Ett sådant rums invånare skulle vara ovetande om alla yttre deformationer, som bara är oväsentliga variationer i hur ytan inbäddats.

« Semblablement, notre espace tridimensionnel pourrait être lui même plongé dans un espace ayant un nombre supérieur de dimensions, sans que nous puissions nous en apercevoir. En effet, un tel plongement n'affecterait pas les géodésiques de notre espace, donc notre perception, basée sur la lumière, laquelle suit les géodésiques de l'espace. », 32

Vårt eget åskådliga rum skulle kunna vara inbäddat i ett rum med ett högre antal dimensioner, utan att vi kunde erfara det. Det enda vi kan mäta är geodeter i vårt eget rum: så länge dessa är oförändrade skulle vi inte märka någon skillnad.

« On pourrait ainsi envisager, entre deux points, un trajet plus court que le trajet suivi par la lumière », 32

Vi kan på så vis föreställa oss en väg mellan två punkter, kortare än den väg som ljuset tar.

« Eh, dites, vous... », 32

Det säger du?

« Je vous vois venir !

Vous êtes en train de m'entraîner vers la science-fiction », 32

Jag vet nog vad du försöker göra! Du försöker smussla in science fiction i berättelsen.

« Qu'est-ce que tu fais ? », 32

Vad gör du där inne?

« J'explore le fond de ma coquille », 32

Utforskar skalets ände.

Prenons un élément de plan et plions-le : , 33

Tag en bit av planet och vik det:

*élastique,* 33

*gummiband*

***(NC),*** 33

Vecket ändrar inte min geodet det minsta!

Sur une feuille de papier, à l'aide d'une règle, tracez tout un lot de droites, de géodésiques, puis chiffonez la feuille. Vous avez toujours sous les yeux les géodésiques de la surface, avec ou sans plis., 33

Rita, med hjälp av linjal, ett antal linjer på ett ark papper. Vik sedan pappret flera gånger. Där ser du geodeterna, med eller utan veck.

« Mais cette première partie du voyage n'était que de la roupie de sansonnet, puisque la prochaine étape passe par les : », 33

Men denna vår resas första del var en barnlek jämfört med vad som kommer härnäst:

ESPACES TRIDIMENSIONNELS COURBES, 33

KRÖKTA TREDIMENSIONELLA RUM

« Je veux descendre !!! », 33

Låt mig kliva av!

« Monsieur Lanturlu ? », 34

Herr Vetgirig?

« Je suis le représentant de la maison Euclide et Cie. Nous savons que vous avez eu... euh... quelques déboires avec notre matériel. », 34

Jag representerar firma Euklides och Co. Ni skall ha haft problem med vissa av våra produkter.

« Certes », 34

Han där!

*EUCLIDE ET CIE,* 34

*EUKLIDES & Co.*

« J'ai ici de nouveaux articles qui, cette fois, devraient vous donner entière satisfaction », 34

Jag har med mig nya artiklar som helt säkert kommer att vara till belåtenhet.

« Montrez toujours », 34

Låt se dem.

*FLUIDE COSMIQUE*

*SPACIOTEST,* 34

*KOSMISK VÄTSKA*

*RUMSTEST*

« L'Avenir est au tridimensionnel. Voyez-vous, la géométrie à deux dimensions est un peu...

... dépassée », 34

Tre dimensioner är framtiden. Ni förstår, den tvådimensionella geometrin är något...förlegad.

Notre nouveau nécéssaire à géodésiques..., 34

Sista skriket i geodesi, en mätstav...

... se compose de barres rigides, s'ajustant parfaitement les unes dans les autres., 34

...gjord av stela komponenter med perfekt passform.

« qui vous permettent de n'aller ni à droite, ni à gauche, ni en haut, ni en bas, mais TOUT DROIT ! », 34

Med vår nya mätstav låter Er inte avvika till vänster eller höger, upp eller ner – den går RAKT FRAM.

« Pour la mesure des surfaces, cette peinture. Cent grammes au mètre carré, exactement. », 35

För mätning av areor, använd denna färg. Hundra gram per kvadratmeter, exakt.

« Ingénieux », 35

Fiffigt!

« Pour la mesure des volumes, emplissez ceux-ci de gaz. Vous lisez directement la valeur sur le débimètre du SPATIOTEST », 35

För volymer, använd gas. Rumsinnehållet kan avläsas direkt från mätaren vid ventilen.

« Et rappelez-vous : surface de la sphère : 4πℓ², volume 4/3πℓ³ », 35

Och kom ihåg: sfärens area är 4πℓ², dess volym 4/3πℓ³.

« Entendu », 35

Uppfattat

*EUCLIDE ET CIE,* 35

*EUKLIDES & Co.*

« Quel métier ! », 35

Vilket jobb!

Anselme a atterri, cette fois, dans un espace tridimensionnel et nous allons le suivre dans son exploration, 35

Anselm hamnade i ett tredimensionellt rum. Vi följer honom alltjämt i spåren.

« Du beau matériel. Et ces tiges font juste un mètre », 36

Prima vara. Och mätstycket är en meter jämnt.

Mais, après avoir posé une bonne quantité de tiges..., 36

Men efter att ha satt samman ett stort antal stavar...

« ça y est, ça recommence comme tout à l'heure ! », 36

Åh nej, nu börjas det igen!

« ma géodésique se referme sur elle-même ! », 36

Min geodetiska linje sluter sig!

« Un espace tridimensionnel fermé ? », 36

Ett slutet tredimensionellt rum?

« C'est la fin de tout », 36

Nu har jag sett allt.

Anselme, qui s'était arrêté pour casser la croûte sur un astéroïde, décida de revenir à la méthode de mesure des angles., 36

Efter en välbehövlig lunchrast på en asteroid beslöt Anselm att återgå till vinkelmätningar.

« Comme tout à l'heure, je vais utiliser trois GÉODÉSIQUES, pour constituer un TRIANGLE », 36

Som vanligt mäter jag upp tre geodeter för att få en triangel.

« mes géodésiques sont convenablement emboîtées, et pourtant la somme de mes trois angles est supérieure à 180° !!... », 37

Geodeterna är dragna, hörnen fixerade och vinkelskivorna kalibrerade, men vinkelsumman är större än 180°!

« Bon », 37

Jaha...

*SPACIOTEST,* 37

*RUMSTEST*

« Une sphère de rayon ℓ est l'ensemble des points situés à une distance ℓ d'un point fixe, que j'appelerais N », 37

En sfär av radie ℓ är orten av punkter på avstånd ℓ från en given punkt, som jag kallar N.

« Je vais en fabriquer une et je mesurerais son volume et sa surface », 37

Jag gör mig en sfär och sedan mäter jag dess volym och area.

« Voilà déjà le volume qui est inférieur à 4/3πℓ³ ! », 37

Volymen är mindre än 4/3πℓ³!

« La surface qui est inférieur à 4πℓ² », 37

Och arean är mindre än 4πℓ²...

« je me suis encore fait avoir », 37

Nu börjar jag få nog.

Anselme accroît encore le rayon ℓ de la sphère, 38

Anselm ökade sfärens radie ℓ...

*SPACIOTEST,* 38

*RUMSTEST*

*PLAN,* 38

*PLAN*

« Ça alors, ma sphère est devenue... plate ! », 38

Jisses Amalia, min sfär har blivit ett plan!

Encore et encore..., 38

Mer och mer...

« maintenant sa concavité s'inverse ! », 38

Nu buktar ytan åt fel håll!

« c'est à n'y rien comprendre », 38

Jag begriper inget av detta.

Un peu plus tard :, 38

Något senare

« mais... la paroi se referme sur moi ! », 38

Men...väggarna närmar sig!

« Vite, couper la bouteille ! », 38

Fort, av med gasen!

« Ouf ! », 39

Ouf!

Ainsi, en gonflant un ballon tout bête dans un espace à trois dimensions, Lanturlu a fini par se retrouver... DEDANS !, 39

Genom att blåsa upp en ballong i ett tredimensionellt rum, hamnade Anselm – på dess insida!

S'il n'avait pas coupé la bouteille à temps, il aurait péri écrasé, tout comme il avait fini par se retrouver emprisonné par sa clôture, page 13., 39

Om han inte stängt av gasen i tid, hade han blivit krossad, i likhet med hur han fångades av sin egen inhägnad på sida 13.

Avec la meilleure volonté du monde, on ne peut plus maintenant VISUALISER la COURBURE de cet espace tridimensionnel. Ses géodésiques se referment et son volume ne représente qu'un nombre FINI de mètres cubes, de même que la surface de notre planète, surface fermée, n'offre qu'un nombre FINI de mètres carrés.

La somme des angles d'un triangle, de cet espace à trois dimensions, est supérieure à 180°. Pour ''VOIR'' sa courbure, il faudrait être capable de percevoir dans quatre dimensions., 39

Man kan med bästa vilja i världen inte visualisera detta tredimensionellt rums krökning. Dess geodeter sluter sig och dess volym är ÄNDLIG, på samma sätt som vår planets yta är en sluten yta med ändlig area.

En triangels vinkelsumma i detta rum är större än 180°. För att SE krökningen i strikt bemärkelse måste man kunna visualisera en fjärde dimension.

On peut toujours se dire que notre UNIVERS à trois dimensions est une HYPERSURFACE, plongée dans un espace à quatre dimensions, lui-même peut-être hypersurface plongée dans un espace à cinq dimensions, etc...

Mais, de nos jours, il n'est pas de bon ton de dire de telles choses. , 39

Man kan utan logisk motsägelse tänka sig att vårt UNIVERSUM är en tredimensionell HYPERYTA i ett fyrdimensionellt rum, som är en hyperyta i ett femdimensionellt rum, osv.

Men att diskutera detta hör inte till god ton.

« Avec des idées pareilles, où va-t-on ? Je vous le demande ? », 39

Vad kan komma av sådana idéer? Jag bara undrar...

« Ce qui existe, c'est ce que je PERÇOIS ! », 39

Det som finns är vad jag kan SE!

« Le reste, c'est de la... métaphysique ! », 39

Allt annat är bara metafysik och griller.

Sur sa sphère, en agrandissant le rayon ℓ de son domaine, Lanturlu avait fini par se retrouver aux antipodes S du point N, centre de son cercle, et étouffé par sa propre clôture. , 40

På sfären ledde Anselms försök med ökande radier till att han fann sig på sydpolen S, antipoden till cirklarnas mittpunkt N, och han fångades i sin egen inhägnad.

Dans l'espace tridmensionnel à courbure positive, même chose.

Dans cet espace bidimensionnel qu'est la sphère, Anselme rencontrait l'EQUATEUR quand il avait enclos la moitité de la surface disponible. L'EQUATEUR de l'espace Tridimensionnel HYPERSPHÉRIQUE existe aussi.

Anselme y parvient lorsque son ballon occupe la moitié du volume disponible. Sur la sphère, le cercle équateur lui apparaissait comme une DROITE. De même, dans l'espace hypersphérique, le ''ballon équateur'' aura pour lui l'apparence d'un PLAN.

Au-delà de l'équateur, la CONCAVITÉ du ballon s'inverse et il vient automatiquement se centrer sur le point antipodal S du point N, centre du ballon., 40

I ett tredimensionellt rum av konstant positiv krökning händer detsamma. Den tvådimensionella sfären har en ekvator som delar rummet i två lika stora delar. Den tredimensionella **hypersfären** har också en ekvator; när ballongen sammanföll med ekvatorn uppfyllde den halva rummet. På sfären ser ekvatorn ut som en rät linje; i hypersfären ser ekvatorn ut som ett plan.

Efter att ballongen passerat ekvatorn ändrade dess krökning tecken och den började krympa ihop kring den ursprungliga mittpunktens antipod.

« Sur une sphère, tout point possédait un antipode. Il en est de même pour un espace hypersphérique à trois dimensions bien que cela soit un peu difficile à comprendre », 40

Varje punkt på en sfär har en antipod. Det gäller även tredimensionella hypersfärer – även om det är lite svårt att föreställa sig till att börja med.

« Je ne comprend plus RIEN », 40

Jag fattar **ingenting** längre.

« Des ennuis ? », 41

Vad står på?

« C'est-à-dire, heu... tout se mélange un peu dans ma tête. », 41

Jo, alltså...eh...allt blev lite rörigt i mitt huvud, bara.

« Je m'appelle Sophie. Les courbures en tous genres c'est mon rayon. », 41

Jag heter Sofie. Kurvor av alla slag är mitt gebit.

« La navigation dans les hypersphères, ça surprend toujours un peu au début. Il faut éviter de se bloquer. On s'y fait petit à petit. », 41

Att navigera i en hypersfär känns alltid lite ovant i början. Man får ta det lite i sänder så att man inte blir konfys.

« J'ai un peu perdu le fil... », 41

Jag har liksom tappat tråden...

« moui... », 41

M-hm...

« mais, le CENTRE de cette hypersphère, où est-il ? », 42

Men hypersfärens MITTPUNKT, var är den?

« Si je dessine un cercle sur un PLAN, on est bien d'accord que c'est une représentation d'un espace à une dimension, fermé, PLONGÉ dans un espace à deux dimensions : le PLAN. », 42

Om jag ritar en cirkel i planet, ser du klart och tydligt att vi har ett endimensionellt rum, slutet och inbäddat i ett tvådimensionellt – nämligen planet.

« Et le centre du cercle N'EST PAS sur le cercle. », 42

Och cirkelns mittpunkt ligger inte PÅ cirkeln.

« Une sphère représente un espace fermé à DEUX dimensions, PLONGÉ dans un espace à trois. Le centre de cette sphère N'EST PAS non plus sur la sphère. Il est dans l'espace à trois dimensions. », 42

En sfär är en sluten tvådimensionell yta, inbäddad i en tredimensionell rymd. Sfärens mittpunkt ligger inte heller PÅ sfären.

« Le centre d'un espace hypersphérique à trois dimensions pourrait se situer dans un espace à quatre, en supposant qu'il y soit PLONGÉ. Et ainsi de suite...

Ainsi le centre d'un espace hypersphérique à quatre dimensions serait dans un espace à cinq, etc... » , 42

Den tredimensionella hypersfärens mittpunkt kan tänkas ligga utanför hypersfären, i ett fyrdimensionellt rum, såvida vi har bäddat in hypersfären i ett sådant. En fyrdimensionell hypersfär kan inbäddas i ett femdimensionellt rum, och så vidare...

« Tiens, te revoilà, dans ton monde à deux dimensions, plaqué dessus, comme une petite décalcomanie », 43

Här är du, i din tvådimensionella värld, platt som ett klistermärke.

« Et tu commences à gonfler ton cercle, qui n'est qu'une sphère à une dimension », 43

Och du börjar blåsa upp din cirkel, som är en endimensionell sfär...

« Dans un espace à deux dimensions, une frontière délimite une surface. Alors que, dans un espace à trois dimensions, elle délimite un volume. », 43

I det tvådimensionella rummet avgränsar ballongen en yta. I ett rum med tre dimensioner avgränsar den en volym.

« Là, c'est quand j'arrive à la moitié de cet espace sphérique. », 43

Där passerar ballongen sfärens ekvator.

« Dans un espace à 4 dimensions, une frontière aurait trois dimensions, et délimiterait un hypervolume à quatre dimensions. », 43

I ett fyrdimensionellt rum skulle ballongen vara tredimensionell och utgöra randen av en fyrdimensionell hypervolym.

« ça y est il recommence ! », 43

Nu börjas det igen!

« filons ! », 43

Vi drar!

« Regarde, ici, ton cercle, qui est un ''ballon à une dimension'', commence à contenir plus de la moitié de l'espace disponible. Il commence à se refermer sur toi, en convergeant ves le point antipodal S. », 43

Se, här är din cirkel, den endimensionella ballongen. Den upptar nu mer än hälften av sfärens area – och har börjat sluta sig kring dig, som fångas vid antipoden S.

« De même, dans mon espace courbe à trois dimensions, lorsque j'injecte plus de la moitié du volume total, le ballon se referme sur moi, en convergeant vers le point antipodal. », 44

Samma sak hände i mitt krökta tredimensionella rum: när jag fyllt mer än halva volymen började ballongen välva sig kring mig och jag blev instängd vid antipoden.

« Car la sphère, dans cet espace tridimensionnel courbe, a évidemment deux centres, qui sont antipodaux. », 44

Sfären, i detta krökta tredimensionella rum, har förstås **två** mittpunkter, som är varandras antipoder.

« J'ai compris ! », 44

**Jag förstår!**

« Enfin, je ne sais pas exactement ce que j'ai compris, mais j'ai l'impression d'avoir compris quelque chose », 44

Jag är inte riktigt hundra på **vad** jag förstått, men jag har en stark känsla av förståelse.

« Quelle angoisse ! », 44

Vilken besvikelse.

« Mais non, Anselme, quand il y a plus de trois dimensions, COMPRENDRE C'EST EXTRAPOLER », 44

Visst inte, Anselm. I mer än tre dimensioner är förståelse att extrapolera.

« J'extrapole sans le savoir », 44

Jag extrapolerar för fullt!

« Le dessin, c'est vous qui allez le faire...

... dans votre tête ! », 44

Teckningen får du stå för själv, i andanom.

« maintenant, je prend un espace à trois dimensions où je place des sphères à deux dimensions, des tas de petits univers bidimensionnels. », 45

Härnäst tar jag ett tredimensionellt rum och placerar en massa tvådimensionella sfärer i det, ett multiversum i miniatyr.

Ces univers peuvent s'interpénétrer. Leurs points communs se répartissent suivant des cercles, objets à une dimension., 45

Dessa universa kan mötas. Deras skärningspunkter är cirklar – endimensionella objekt.

De même, des cercles, objets à une dimension, placés sur une feuille de papier (2 dimensions) se couperaient suivant des POINTS. (On a coutume de dire que le POINT a la dimension zéro.), 45

På samma sätt kan cirklar, som är endimensionella, när de ritas på ett pappersark (två dimensioner), skära varandra i punkter (som sägs ha dimension noll).

Une sphère pourra alors être considérée comme l'intersection de deux ''bulles'' tridimensionnelles, évoluant dans un espace à quatre., 45

Så en sfär kan ses som skärningen av två 3-dimensionella “sfärer” i ett fyrdimensionellt rum.

Et ainsi de suite : un espace Tridimensionnel courbe, hypersphérique, pourra lui-même être considéré comme l'intersection de deux bulles de savon à quatre dimensions, évoluant dans un espace à cinq., 45

Och så vidare: ett tredimensionellt krökt rum, en hypersfär, kan ses som skärningen av två fyrdimensionella sfärer i ett femdimensionellt rum.

Anselme et Sophie, après avoir connu les vertiges de l'extrapolation, reprennent l'exploration de nouveaux mondes tridimensionnels., 46

Efter dessa svindelframkallande överväganden återgår Anselm och Sofie till studiet av nya tredimensionella världar.

« Les mathématiques ne sont plus ce qu'elles étaient », 46

Matematiken är inte vad den varit.

« Tu vois, ça c'est un ruban adhésif tridimensionnel, pour les géodésiques. La partie collante est au bout... évidemment. », 46

Här har jag tredimensionell tejp, för att göra geodeter. Klistret är på undersidan...såklart.

« Dis donc, dans cet espace, les géodésiques n'ont pas l'air de se refermer. Et maintenant quand je gonfle le ballon du SPATIOTEST, le volume débité est supérieur à 4/3πℓ³, tandis que la surface est supérieure à 4πℓ². Quant à la somme des angles d'un triangle, elle est cette fois inférieure à 180° » , 46

Kolla, i det här rummet sluter sig inte geodeterna. Och när jag blåser upp ballongen är dess volym större än 4/3πℓ³, och arean större än 4πℓ². Trianglars vinkelsummor är mindre än 180°.

« Rappelle-toi, page 23, tu es à nouveau dans un espace à courbure NÉGATIVE. », 46

Kom ihåg sida 23, så inser du att du är i ett rum med negativ krökning.

RÉSUMÉ : , 47

SAMMANFATTNING:

« Dans les espaces à trois dimensions, beaucoup de choses peuvent arriver, tu sais. C'est comme pour les surfaces, qui sont, elles, des espaces à deux dimensions. Ainsi, si la somme des angles d'un TRIANGLE, dans un espace à trois dimensions, est supérieure à 180°, nous dirons que la courbure est positive. En y formant une sphère de rayon ℓ, tu trouveras par le SPATIOTEST un volume inférieur à 4/3πℓ³ et une surface inférieure à 4πℓ². Cet espace, dit HYPERSPHÉRIQUE, se refermera sur lui-même. Si la somme des angles d'un Triangle, dans un espace tridimensionnel, est inférieure à 180°, alors la courbure sera négative. Le volume d'une sphère de rayon ℓ sera supérieur à 4/3πℓ³ et sa surface supérieure à 4πℓ². Cet espace aura une extension infinie. », 47

I ett tredimensionellt rum kan underliga saker hända: krökningen i en punkt kan bero på hur triangeln är orienterad! Men om vi antar att krökningen är riktningsoberoende och densamma i alla punkter, kan vi säga att positiv krökning kännetecknas av att trianglars vinkelsummor är större än 180°, en sfär av radie ℓ har en mindre area än 4πℓ² och en mindre volym än 4/3πℓ³. Då är rummet en hypersfär, och är slutet. I det motsatta fallet, med negativ krökning, är trianglars vinkelsummor mindre än 180° och sfärens yta och volym är större än de borde.

« mais si la somme des angles vaut 180°, alors l'espace est bêtement euclidien. », 47

Om alla trianglar har vinkelsumman 180°, är rummet euklidiskt.

« tout ça pour en arriver là !... », 47

« Is **that** what we've gone though all this for ? Pah ! »

Mycket väsen för det lilla!

IL FAUT QU'UN ESPACE SOIT OUVERT OU FERMÉ !..., 48

ETT RUM MÅSTE VARA ÖPPET ELLER SLUTET!

« Je crois que j'ai tout compris maintenant : Quand l'espace a une courbure positive, il se referme sur lui-même », 48

Jag tror att jag förstår. Om ett rum har positiv krökning, så är det slutet.

« Quand la courbure est négative, ou que l'espace est euclidien, l'espace ne se referme pas, il est infini », 48

När krökningen är negativ eller noll, sluter det sig inte utan är oändligt.

« NON, le monde de la géométrie est plus riche que tu ne le crois, Anselme ! », 48

Nej! Mer finns i himmel och på jord, Anselm, än någonsin filosofin har drömt om!

« Où est-elle passée, et où diable suis-je maintenant ? », 49

Vad hände nu och var tusan är jag?

*JE REVIENS DE SUITE,* 50

*STRAX TEBAX*

« Eh oui, Lanturlu avait été projeté dans un espace cylindre à trois dimensions.

Bien qu'euclidien, sans courbure, (la somme des angles d'un triangle y est égale à 180°) ce monde se referme sur lui-même. », 51

Anselm blev placerad i en tredimensionell cylinder. Trots att rummet var euklidiskt (alla trianglars vinkelsummor 180°) var denna värld sluten.

« Bon, admettons... mondes sphériques, hyperboliques, cylindriques. On a fait le tour, non ? », 51

Jaha, så nu har vi sfärer, hypersfärer, cylindrar...lite väl många rum, kanske?

*GÉOMÉTRIE,* 51

*GEOMETRI*

« Vous croyez ? », 51

Tror du?

« Effectuons un petit tour dans le bidimensionnel. », 51

Vi tar en tripp till den tvådimensionella världen igen.

*NUÉES,* 51

*DIMMA*

SANS DESSUS DESSOUS :, 52

UTAN OCH INNAN:

Cher Anselme,

Voici un escargot apprivoisé. En lui bandant les yeux, tu feras en sorte qu'il n'aille ni à droite, ni à gauche. Et ainsi, il te tracera une parfaite GÉODÉSIQUE.

A très bientôt

Sophie, 52

Kära Anselm,

Här är en dresserad snigel. När hans ögon är förbundna avviker han varken till höger eller vänster, utan följer en perfekt GEODET.

Vänligen,

Sofie

« Allons-y », 52

Nu kör vi.

*POINT DE DÉPART DE LA GÉODÉSIQUE,* 52

*HÄRIFRÅN UTGÅR GEODETEN*

« Au fait, aller tout droit ou suivre le plus court chemin entre deux points, c'est pareil », 52

Att gå rakt och att ta den kortaste vägen, det är ett och detsamma.

« mais... où est passé cet animal ?! », 52

Nå, vart tog snigeln vägen?

« Au pied ! », 52

Fot! Stanna!

« ça se referme, comme tout à l'heure », 53

Den slöt sig, precis som förut.

« Somme des angles : 180°. C'est euclidien ce machin. Encore le coup du cylindre ! », 53

Vinkelsumma 180°. Den här prylen är euklidisk. Ännu en cylinder!

Ben non !..., 53

Eller?

*POINT DE DÉPART DE LA GÉODÉSIQUE,* 53

*HÄRIFRÅN UTGÅR GEODETEN*

« Ça alors ! », 53

Jösses!

« Pour tout vous dire, Anselme, cette fois, s'est retrouvé dans un ESPACE BIDIMENSIONNEL INORIENTABLE. L'image la plus connue d'un tel espace est la bande de Möbius (1830). L'idée avait échappé aux Grecs, qui pourtant avaient pensé à tout. », 53

Dags för avslöjandet: den här gången befann sig Anselm på en icke-orienterbar yta. Det mest kända exemplet är MÖBIUSBANDET (1830). Denna idé undgick grekerna, som annars verkar ha tänkt på allt.

« Sophie, sort-moi de là », 53

Sofie, släpp ut mig!

Traçons un cercle sur une surface, et fléchons-le arbitrairement.

Imaginons que le cercle soit une petite décalcomanie que nous pouvons faire glisser à volonté sur cette surface.

Si le cercle se retrouve identique à lui-même, nous dirons que cette surface est ORIENTABLE (c'est le cas de la sphère, du cylindre, du plan, etc...). Mais si cette décalcomanie glisse sur un ruban de Möbius, il en va tout autrement :, 54

Rita en cirkel på en yta, och ge den en omloppsriktning.

Vi tänker oss att cirkeln kan glida på ytan. Om cirkeln efter att ha genomlöpt en sluten kurva **alltid** kommer tillbaka med samma omloppsrikting, sägs ytan vara orienterbar – detta händer med sfärer, cylindar, plan osv. Men på ett möbiusband kan annat hända...

A chaque fois qu'il fait le tour de cet univers à deux dimensions, le cercle change d'orientation., 54

Varje gång cirkeln omlöper detta tvådimensionella universum, kastas dess orientering om.

« Essayez vous verrez ! », 54

Pröva så får ni se!

Corrélativement, on ne peut pas peindre une bande de Möbius de deux couleurs différentes : elle n'a qu'un seul côté, elle est UNILATÈRE., 54

Inte heller kan man färglägga möbiusbandet med olika färger på de två sidorna – det har bara en sida!

Elle n'a qu'un seul BORD :, 54

Och bara en kant.

On peut l'ourler en une seule fois ! , 54

Man kan fålla in den en enda gång.

Anselme a décidé de planter des clous pour marquer l'intérieur et l'extérieur. , 54

Anselm beslutar sig för att slå i spik för att skilja sidorna åt.

L'opération se solde par un échec, car cette bande :, 54

Försöket misslyckades, för bandet...

N'a ni extérieur, 54

...har varken utsida...

Ni intérieur !, 54

...eller insida!

« misère... », 54

Misär...

« essayons de la couper en deux », 55

Jag klipper isär det.

« Plus facile à dire qu'à faire Anselme, mon ami. », 55

Lättare sagt än gjort, kära Anselm.

« mais comment faut-il faire pour la couper en deux ? », 55

Men hur kan man dela prylen i två delar?

Remarquez que, dans l'opération, le machin est devenu bilatère, 55

Observera att bandet efter klippförsöket har blivit tvåsidigt.

« c'est très simple tu la coupes en trois ! », 55

Enkelt: klipp det i tre!

« Je me sent tout désorienté », 55

Du förvirrar mig.

« Remarquez qu'il y a maintenant un machin unilatère (blanc) et un machin bilatère (grisé) de longueur double du premier., 55

Observera att vi får ett ensidigt objekt (vitt) och ett tvåsidigt (grått) som är dubbelt så långt som det ursprungliga.

Après cette promenade sur la bande de Möbius, revenons dans les espaces euclidiens (sans courbure) à trois dimensions :, 56

Efter detta ensidiga mellanspel återgår vi till euklidiska tredimensionella rum.

L'ORIENTATION DE L'ESPACE : , 56

RUMMETS ORIENTERING:

« Lorsque je me regarde dans une glace, ma main gauche devient ma main droite, mais pourquoi est-ce que ma tête ne s'échange pas avec mes pieds ?... », 56

När jag ser mig i spegeln blir min vänstra hand den högra. Så varför byter inte mitt huvud plats med fötterna?

« Comment d'ailleurs être sûr qu'on est le bon ? », 56

Och hur kan jag veta vem som är rättvänd?

« La DROITE ? C'est l'opposée de la GAUCHE, et vice-versa », 56

HÖGER är motsatsen till VÄNSTER, och omvänt.

« C'est affaire de bon sens », 56

Jag har aldrig tagit miste!

« allô, allô, comment pouvez-vous être sûr que votre coquille s'enroule dans le bon sens ? », 56

Hallå, hallå, hur kan du veta att ditt skal är vridet i rätt riktning?

« c'te malice, si elle n'était pas comme ça, elle serait à l'envers ! », 56

Tja, om det inte var rätt så vore det fel!

Accompagnons Lanturlu dans son exploration d'un nouveau monde tridimensionnel euclidien (sans courbure), 57

Vi slår följe med Vetgirig på ännu en expedition till en euklidisk tredimensionell värld.

« Qu'est-ce que fait Sophie ? Nous avions rendez-vous page 57 pour déjeuner », 57

Var har Sofie blivit av? Vi avtalade vår lunch på sidan 57.

« Il flotte dans cet espace un parfum d'étrange qui ne me dit rien qui vaille », 57

Jag anar ugglor och andra fåglar...i dimman. Något är på gång.

« En attendant, buvons un petit coup. », 57

Jag tar ett glas vin medan jag väntar.

« Tiens, voilà les nuées qui rappliquent. Et moi qui ai oublié mon aspirine ! », 57

Dimmar tjocknar. Och inte fick jag med mig min aspirin, heller.

« Ohé », 57

HALLÅ

« hein ? », 57

Höh?

« Où êtes-vous ? Montrez-vous, nom d'un vecteur ! », 57

Var är du? Kom fram i lagens namn!

« Je vais faire quelques tests », 58

Jag får göra några tester.

« Somme des angles 180° », 58

Vinkelsumma 180°...

« Surface 4πℓ²

volume 4/3πℓ³

bon, rentrons », 58

« Area 4πℓ²

volym 4/3πℓ³ »

« c'est euclidien », 58

Det är euklidiskt.

« Ça c'est une chance. J'aperçois ma bouteille », 58

Vilken tur, där är min flaska.

*ROSÉ DE PROVENCE,* 58

*ROSÉ DE PROVENCE*

« Qu'est-ce qui se passe avec ce fichu tire-bouchon ! », 58

Men vad är det för fel med korkskruven?

« C'est pourtant mon tire-bouchon je le reconnaîs. », 58

Jo, det är allt min korkskruv, jag känner igen den.

« mais que lui est-il arrivé ? », 58

Vad kan ha hänt den?

Observez-le bien !, 58

Titta noga!

« Un ennui ? », 58

Problem?

« Je, heu... », 58

Jag...eh...

« C'est un rosé de Provence, de qualité assez ordinaire, somme toute... », 59

En rosé från Provence, minsann. Inte fy skam...

« vous avez un tire-bouchon ? », 59

Har du en korskskruv?

« Euh... oui », 59

Äh...ja...

« Si tous les kangourous du monde voulaient se donner la main », 59

Där bränner jaaag mitt brännvin sjääälv...

« Vous n'avez rien remarqué d'anormal ? », 59

Märker du något konstigt?

« Non, vous avez un peu mauvaise mine, c'est tout », 59

Nej, du ser lite blek ut, bara.

« prenez un peu de bisulfite deparmesan deux fois par jour », 59

Lägg dig ner att vila så mår du nog bättre.

« Bonne continuité », 59

Ha’re!

« Quelqu'un bricole mon tire-bouchon... et un kangourou ivrogne me siffle mon rosé. Qu'est-ce que c'est que cette affaire-là ? », 59

Någon har fifflat med min korkskruv, och en alkoholiserad känguru har druckit upp mitt vin. Vad är det egentligen som pågår?

« Peste ! », 59

Sablar!

NOUS NE SAURIONS TROP VOUS INCITER Á OBSERVER CE TIRE-BOUCHON AVEC LA PLUS GRANDE ATTENTION, 59

LÄSAREN OMBEDES IAKTTA KORKSKRUVEN MED STÖRSTA MÖJLIGA NOGGRANNHET

La bande de Möbius (espace inorientable à deux dimensions) a donc un équivalent tridimensionnel. Sur la bande de Möbius, lorsque le cercle décalcomanie faisait le ''tour'' de cet espace euclidien, son orientation changeait : , 60

Möbiusbandet (en ickeorienterbar yta) har en tredimensionell analog. När ett kiralt objekt genomlöper en viss krets på bandet, ändras dess hänthet:

Voir page 54, 60

Se sida 54

On remarquera que ces objets sont ''en miroir''.

Le tire-bouchon, ou Anselme lui-même, peuvent être considérés comme des ''décalcomanies à deux dimensions''. A chaque fois qu'un objet fait le ''tour'' de cet espace tridimensionnel, son orientation s'inverse. Comme nous sommes censés avoir accompagné Lanturlu dans son périple circumspatial, il est normal que nous retrouvions, avec lui, la bouteille ''en miroir'' et le tire-bouchon vissant dans un sens inhabituel. Un second ''tour'' de cet univers nous redonnerait la vision initiale des choses (à condition que nous laissions les objets à leur place)., 60

Objekten är varandras spegelbilder.

Korkskruvarna, liksom Anselm själv, kan ses som markörer. Varje gång ett objekt genomlöper en viss krets i detta tredimensionella rum, kastas dess hänthet om. Efter att ha följt med Anselm kom vi tillbaka till korkskruven, som nu såg ut att ha fel orientering. Ännu ett varv längs samma krets skulle återställa den ursprungliga situationen, förutsatt att vi lät korkskruven ligga.

Anselme et le kangourou (de l'espèce des antipodiens) habitent le même espace, mais ils diffèrent en ce sens que ce qui est ''à l'endroit pour le kangourou'' est ''à l'envers pour Lanturlu'', et vice-versa., 60

Anselm och kängurun (en antipodal art) bebodde samma rum, men hade olika uppfattningar om vilken orientering som var den rätta.

EPILOGUE :, 61

EPILOG:

« Tout va de travers. Il n'y a plus ni droite, ni gauche, ni envers ni endroit. Vers où cela mène-t-il ? Et quel chemin suivre ? », 61

Allt fast förflyktigas. Det finns varken vänster eller höger, medsols eller motsols. Vart ska jag ta vägen? Och vart tar vägen vägen?

« Il faut suivre les géodésiques, Anselme, les géodésiques de ta vie. », 61

Ibland är det bättre att gå på i blindo och inte tänka alltför mycket.

« On ne me fera jamais croire, à moi, que l'Univers est aussi biscornu. Ce sont des délires de mathématicien. », 61

Ni kan aldrig få mig att tro att universum är SÅ vridet. Det är bara påhitt av stolliga matematiker.

« C'est de la bande-dessinée ! », 61

Det liknar ett seriealbum!

« Pourquoi se préoccuper de tout cela, puisqu'il est évident que l'espace EST euclidien (\*) », 61

Varför bry sitt huvud med sådant, när rummet uppenbarligen är euklidiskt? (\*)

« (\*) Propos tenus en 1830 par Ostrogradsky, professeur titulaire de la chaire de mathématiques à Petrograd, après lecture des travaux de Riemann et Lobatchevsky. », 61

(\*) Åsikt yttrad år 1830 av Ostrogradskij, ukrainsk matematiker verksam i St Petersburg, apropå Riemanns och Lobatjevskijs arbeten.

« Admettons que l'Univers ne ressemble pas à ce qu'il est. Vous imaginez tout cela, enseigné dans les écoles ?!!... », 62

Att tänka sig att universum inte ser ut som det är? Vad skall hända om man börjar lära ut *det* i skolorna?

« Quel désastre ! », 62

Gudars skymning!

« Et puis, ce qui compte, finalement, c'est la vie. Et, pour la vie de tous les jours, vous conviendrez avec moi que... », 62

Det enda som spelar roll i slutändan är LIVET. Och LIVET föregår matematiken, som därför inte kan överskrida sina gränser och underminera...

« Mais, qu'il y a-t-il derrière tout cela ? », 62

Men vad ligger egentligen bakom?

« La PHYSIQUE, mon chéri... », 62

PYSIKEN, min kära...

« Je VEUX tirer cela au clair ! », 62

Dags för ett genombrott!

« En avant pour le CONCRET », 62

Betongen ska rivas ner.

« Y-a quelqu'un ? », 62

Någon där?

« ...si la densité moyenne de matière dans l'univers est inférieure à 10-29 grammes par cm³... », 63

...om universums masstäthet är lägre än 10-29 gm/cm³...

« ...alors l'univers aura une courbure négative et sera d'extension infinie... », 63

...så kommer universum att ha negativ krökning och vara oändligt...

« ...par contre, si la densité est supérieure à 10-29 g/cm³ », 63

...om å andra sidan tätheten är högre än 10-29 gm/cm³...

« ...l'univers sera hypersphérique et se refermera sur lui-même... », 63

...blir universum en hypersfär och sluter sig...

« Mais si cette densité égale 10-29 g/cm³, alors l'univers sera euclidien », 63

Men om tätheten är 10-29 gm/cm³ blir universum EUKLIDISKT...

« Docteur Einstein, je présume ? », 63

Doktor Einstein, förmodar jag?

« moui ?... », 63

Densamme.

**FIN,** 63

**SLUT**

(NC),

Finns det en **matematiker** i närheten?