

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	5
TABLE DES MATIÈRES	11

PREMIÈRE PARTIE : GÉOMÉTRIE

CHAPITRE I ESPACES

§ 1 <i>Recueils.</i>	
Opérateurs - prérecueils - prolongement - recueils....	21
§ 2 <i>Espaces et univers.</i>	
Glissements - topologie d'un espace - sous-espaces - exemples - théorèmes de prolongement.....	27
§ 3 <i>Structure globale.</i>	
Isomorphismes d'espaces - structure globale - glissements globaux	36
§ 4 <i>Structure locale.</i>	
Isomorphismes et automorphismes locaux - structure locale d'un univers - perfection.....	38
§ 5 <i>Passage du local au global.</i>	
Construction d'univers localement isomorphes à un univers-type - conditions d'unicité - exemples.....	43

CHAPITRE II ESPACES FIBRÉS

§ 6 <i>Quotients d'opérateurs.</i> Opérateurs divisibles et multiples - opérateurs permis et tolérés	47
§ 7 <i>Définition des espaces fibrés.</i> Espace fibré - projection - base - sous-fibration.....	52
§ 8 <i>Groupe structural - jauge.</i> Articles - structures invariantes des fibres - glissements de jauge - groupe structural et groupe de jauge.....	56
§ 9 <i>Espaces fibrés principaux.</i> Définition - cas des univers.....	59
§ 10 <i>Revêtements.</i> Groupes discrets - feuilletés - prolongement d'un espace par un revêtement - définition d'un revêtement par une famille d'ouverts et un groupe - théorèmes de relèvement - espaces simples et simplement connexes - revêtement universel - groupe de Poincaré - application aux glissements globaux - cas de l'espace R^n et des tores - lacets	60

CHAPITRE III THÉORIE DE LA VARIANCE

§ 11 <i>Germes.</i> Germes et cogermes - groupe des germes de glissements en un point - groupe d'imperfection.....	79
§ 12 <i>Racines.</i> Axiomes des racines - cas des espaces fibrés sans jauge - fibres - groupe structural - structures invariantes.....	84
§ 13 <i>Variance.</i> Homomorphismes et isomorphismes de racines - variance.	88

§ 14 <i>Classification des racines.</i> Racines et représentations du groupe des germes - noyau d'une racine - racines triviales - racine des cogermes de glissements - racines subordonnées.....	93
§ 15 <i>Champs.</i> Φ -champs - image d'un champ par un glissement - familles stables et invariantes de champs - champs invariants - cas des univers-groupes	98
§ 16 <i>Constructions de racines.</i> Changement de recueil - sous-racines - racines irréductibles - juxtaposition de racines - produit direct de racines - racines d'opérateurs - racines principales	105

CHAPITRE IV VARIÉTÉS DIFFÉRENTIABLES

§ 17 <i>Notations matricielles.</i> Clefs matricielles - colonnes - lignes - matrices - bases - dimension	117
§ 18 <i>Opérateurs différentiables.</i> Définition - notation $D(F)(X)$ - opérateurs p fois différentiables - recueils C^p , C^∞ , C^ω	121
§ 19 <i>Variétés.</i> Recueils classiques - définition des variétés - glissements - cartes - cocartes - changeurs de cartes - exemples de variétés - produit direct de variétés - partitions de l'unité - prolongement canonique des racines - racines d'ordre fini	126
§ 20 <i>Variétés différentiables.</i> Espace vectoriel tangent - applications différentiables de variétés - plongements - produit de variétés différentiables - espaces fibrés à fibres différentiables - racines et champs différentiables	137

§ 21 <i>Champs de vecteurs.</i>	
Variables et dérivations - notation différentielle - crochets de Lie	151
§ 22 <i>Equations différentielles.</i>	
Équations différentielles sur une variété - exponentielle d'un champ de vecteurs - cas des champs différentiables - variations d'une équation différentielle - condition de commutation des exponentielles - formulaire (cas linéaire)	159
§ 23 <i>Dérivée de Lie.</i>	
Glissements infinitésimaux - dérivée de Lie d'un champ - champs invariants - cas des homomorphismes de racines - cas des champs à fibres vectorielles	172

CHAPITRE V STRUCTURES DIFFÉRENTIELLES

§ 24 <i>Racines d'ordre 1.</i>	
Définition - racines triviales - champs de bases - représentation dans une base naturelle - pseudo-scalaires - indices - orientations - variétés orientées et orientables - densités - covecteurs - affineurs	183
§ 25 <i>Tenseurs.</i>	
Définition - composantes dans une base - produit tensoriel - symétries et caractères - image réciproque d'un tenseur covariant - image d'un tenseur contravariant - racines tensorielles - tenseurs invariants - opérateurs linéaires transformant les tenseurs en tenseurs - contractions - dérivée de Lie d'un champ de tenseurs	196
§ 26 <i>Algèbre extérieure.</i>	
p -formes - jauges - formes non homogènes - produit intérieur et extérieur - multiplication extérieure - formulaire	221

§ 27 <i>Dérivation extérieure.</i>	
Champs de formes - dérivation extérieure - formulaire - expression de la dérivée de Lie à l'aide de la dérivée extérieure - dérivée extérieure d'une image réciproque, d'une image directe - théorème de Poincaré - réciproque - périodes d'une 1-forme fermée	231
§ 28 <i>Dérivation covariante.</i>	
Dérivation covariante dans un champ de bases - formulaire - torsion d'un champ de bases - connexions - torsion d'une connexion - racine des connexions - symboles de Christoffel - formulaire - champs de connexions - géodésiques - courbure - cas de la courbure nulle (groupe d'holonomie) - tenseur de Riemann-Christoffel	244
§ 29 <i>Espaces euclidiens.</i>	
Produit scalaire - transposition - changement de variance des tenseurs - orthogonalité - formes d'un espace euclidien - jauge euclidienne, multiplicateur - forme adjointe - groupe orthogonal - indice d'inertie - norme - cas des espaces hyperboliques normaux	265
§ 30 <i>Variétés riemanniennes.</i>	
Définition - densité et jauge riemanniennes - connexion riemannienne - vecteurs de Killing - divergence d'un tenseur - courbure riemannienne - laplacien d'une forme	279
§ 31 <i>Intégrales multiples.</i>	
p -mesures - image d'une mesure - support - bord - intérieur - chaînes - homologie - changement de variables dans les intégrales multiples - formule de Stokes - dérivation des intégrales - pavés - intégrale d'une densité - densités sommables	291

DEUXIÈME PARTIE : RELATIVITÉ

CHAPITRE VI RELATIVITÉ GÉNÉRALE

- § 32 *A propos des principes de la physique.*
Structure géométrique de l'univers - matière et champ - la physique dérive-t-elle d'un principe variationnel?... 315
- § 33 *Principes de la relativité générale.*
Structure riemannienne, présence, principe variationnel - hypothèses de différentiabilité..... 320
- § 34 *Théorèmes généraux de la relativité.*
Cartes spéciales - équations aux variations - théorèmes de conservation - tenseur d'énergie..... 328
- § 35 *La gravitation.*
Hypothèse géométrique - présence de la gravitation - identité de la gravitation et de la connexion riemannienne - démonstration de l'équation d'Einstein..... 338
- § 36 *La matière parfaite.*
Définition - lignes de courant - conformation - courant de matière - présence, équations et énergie de la matière parfaite - cas des fluides parfaits : densité, pression - écoulements irrotationnels des fluides homogènes - cas de la poussière - principe des géodésiques..... 345
- § 37 *La lumière.*
Hypothèses géométriques - hypothèse de l'invariance de jauge - établissement des équations de Maxwell - calcul du tenseur d'énergie de la lumière - étude phénoménologique des interactions lumière-matière - conservation de l'électricité..... 355
- § 38 *Passage à la relativité restreinte.*
Hypothèses globales en relativité générale - l'approximation de la relativité restreinte - recueil de Lorentz,

géométrie de la relativité restreinte (cas séparé et cas non séparé) - problème de la parité - champs en relativité restreinte..... 363

§ 39 *Passage à la physique classique.*

Espace et temps définis par un solide - décomposition électro-magnétique de la lumière - approximation classique de la matière parfaite : déduction de la théorie de l'élasticité et de la dynamique classique : masse, énergie, impulsion, moment cinétique, centre de gravité, déformation, contrainte - principe d'Hamilton - structure fibrée de l'espace-temps classique - équivalence relativiste de la masse et de l'énergie - interprétation classique de la gravitation : lois de Newton, effet Einstein, déviation des rayons lumineux..... 370

CHAPITRE VII RELATIVITÉ A 5 DIMENSIONS

§ 40 *Principes et théorèmes généraux.*

Hypothèse d'un univers U ayant la dimension 5 et le groupe de Poincaré Z - revêtement universel de U - étude des glissements globaux, conjugaisons de charge..... 387

§ 41 *Approximations quadridimensionnelles.*

Passage à la relativité restreinte : interprétation du groupe de Lorentz, du groupe de jauge électromagnétique et des conjugaisons de charge ; problèmes d'orientation à 3, 4 et 5 dimensions - Approximation de Jordan-Thiry : cartes standard, représentations quadridimensionnelles des champs ; cas du champ riemannien, potentiel électromagnétique ; cartes transversales, invariants de jauge ; cas des connexions ; interprétation pentadimensionnelle de l'électricité et de la lumière ; approximation de Kaluza-Klein..... 390

§ 42 <i>Champ scalaire à 5 dimensions.</i> Équations du champ - interprétation quadridimensionnelle : déduction de l'équation de Klein-Gordon en présence du champ électromagnétique - <u>quantification de la charge électrique</u> - interprétation des conjugaisons de charge et des transformations de jauge.....	409
§ 43 <i>Espaces quaternioniques.</i> Corps des quaternions - espaces vectoriels quaternioniques - espaces euclidiens quaternioniques	414
§ 44 <i>Spineurs.</i> Algèbres d'opérateurs - structure des algèbres irréductibles - algèbres de Dirac et de Clifford - construction des algèbres de Dirac irréductibles - matrices de Pauli, Cayley, Dirac, Majorana - groupe de Clifford, représentation de spin	418
§ 45 <i>Equations de Dirac.</i> Dérivation covariante des spineurs - Laplacien d'un spineur - équation de Dirac à 5 dimensions - interprétation quadridimensionnelle - électrons et neutrinos ...	448
Note I : Monoïdes	465
Note II : Calcul du groupe de Poincaré	469
Note III : Particules vectorielles chargées.....	473
INDEX	479
NOTATIONS	509