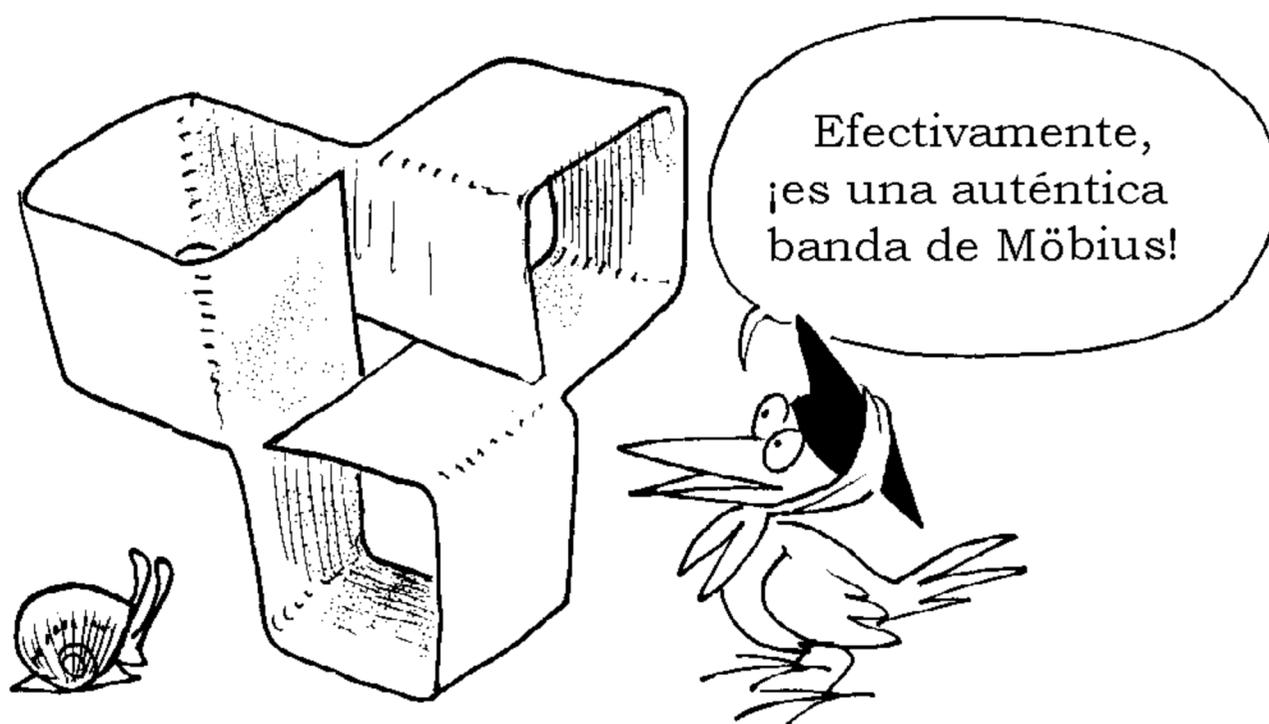


Las Aventuras de Anselmo Lanturlu

EL TOPOLOGICÓN

DE

Jean-Pierre Petit

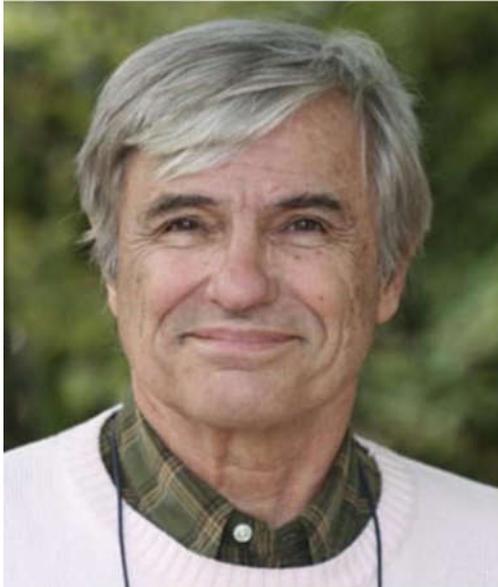


TRADUCCIÓN CASTELLANA: F. XAVIER SAFONT J.

<http://www.jp-petit.com>

Saber sin Fronteras

Asociación sin ánimo de lucro creada en 2005 y administrada por dos científicos franceses. Su finalidad: difundir conocimientos científicos por medio de historietas en PDF descargables de manera gratuita. En 2020 hemos completado 565 traducciones en 40 lenguas. Y más de 500.000 descargas.



Jean-Pierre Petit



Gilles d'Agostini

La asociación es completamente voluntaria. El dinero donado es usado en su totalidad para retribuir a los traductores.

Para hacer una donación, use el botón de PayPal en la página de inicio:

<http://www.savoir-sans-frontieres.com>



Advertencia al lector.

Se desaconseja leer este álbum:

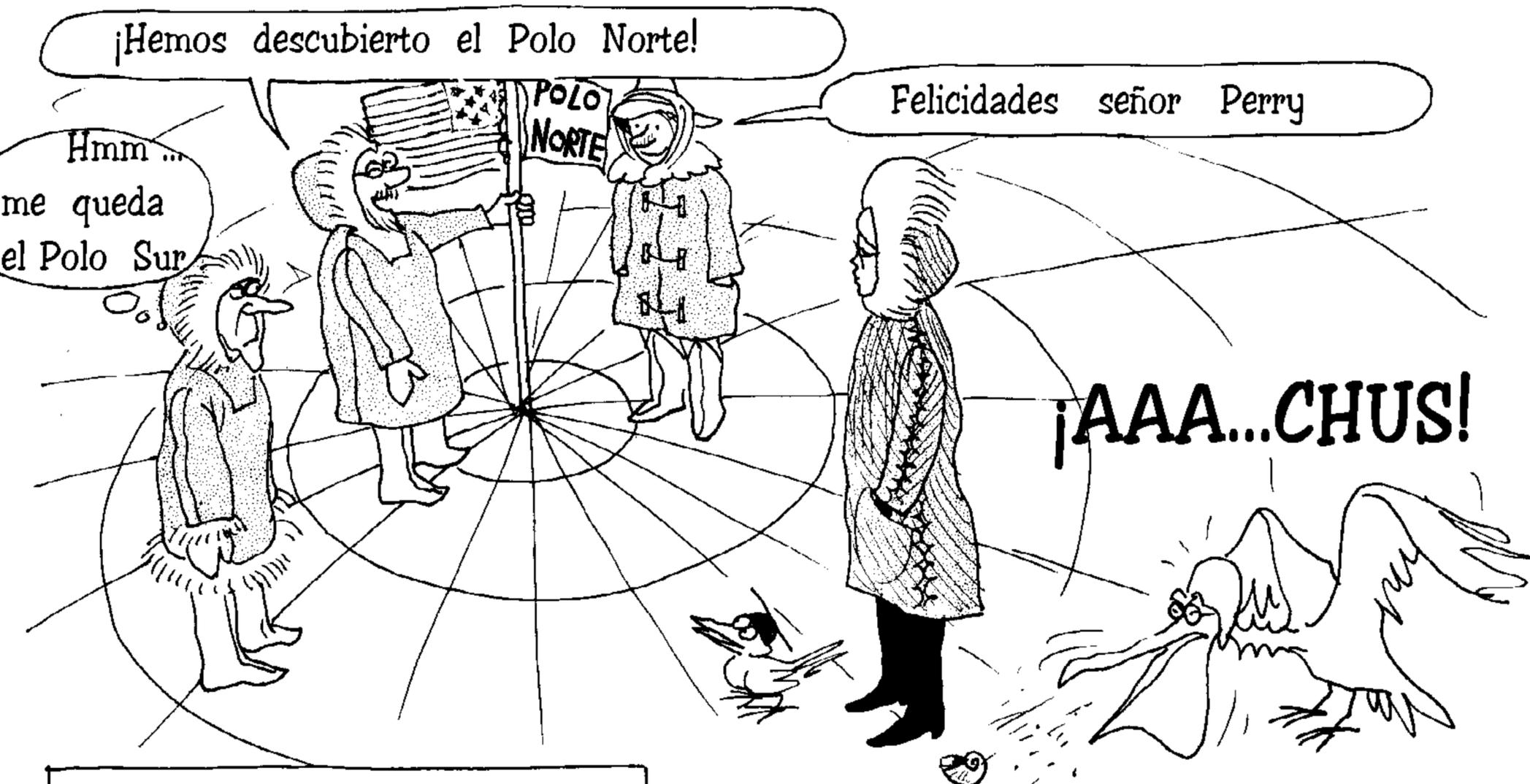
- antes de irse a dormir por la noche***
- después de una cena muy copiosa***
- o cuando no se esté seguro de nada, pues esto no hará más que empeorar las cosas.***

El autor.

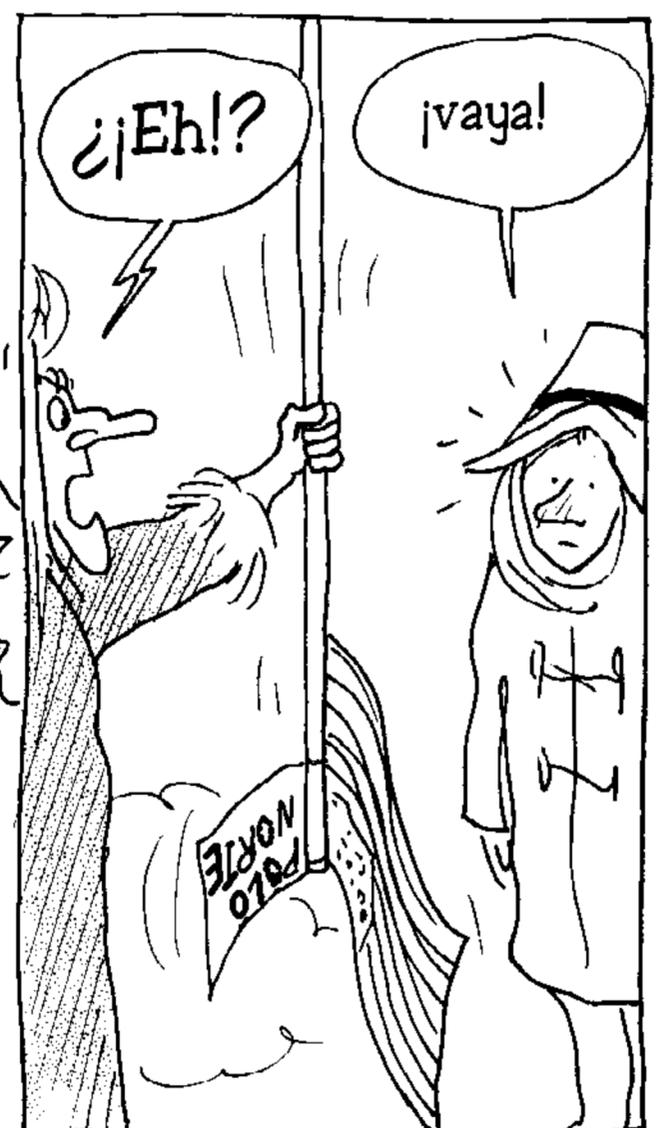
NOTA DEL TRADUCTOR:

El apellido LANTURLU del protagonista de álbum se podría traducir al castellano como CHIRIGOTA y, aunque mantendremos la forma original del apellido, con su versión castellana puede darnos alguna idea del enfoque irónico de las aventuras del citado Anselmo Lanturlu (o Chirigota).

EL PLANETA SIN POLO SUR







Y de esto,
¡ni una palabra a nadie!

Ep, ¡mirad!

Cálmese señor Amundsen

¡Mi bandera!
¡¡Ha desaparecido!!

¡¿¡Quéee!?!

Diga, ¿terminarán
pronto sus necesidades?

Curioso... diría que
es la voz del señor Perry

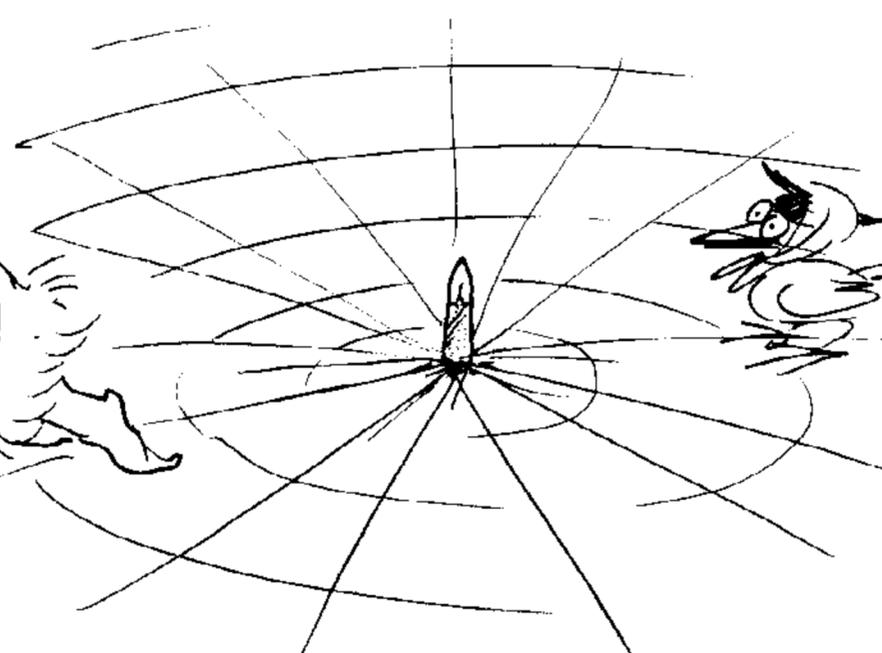
TONC
TONC
TONC

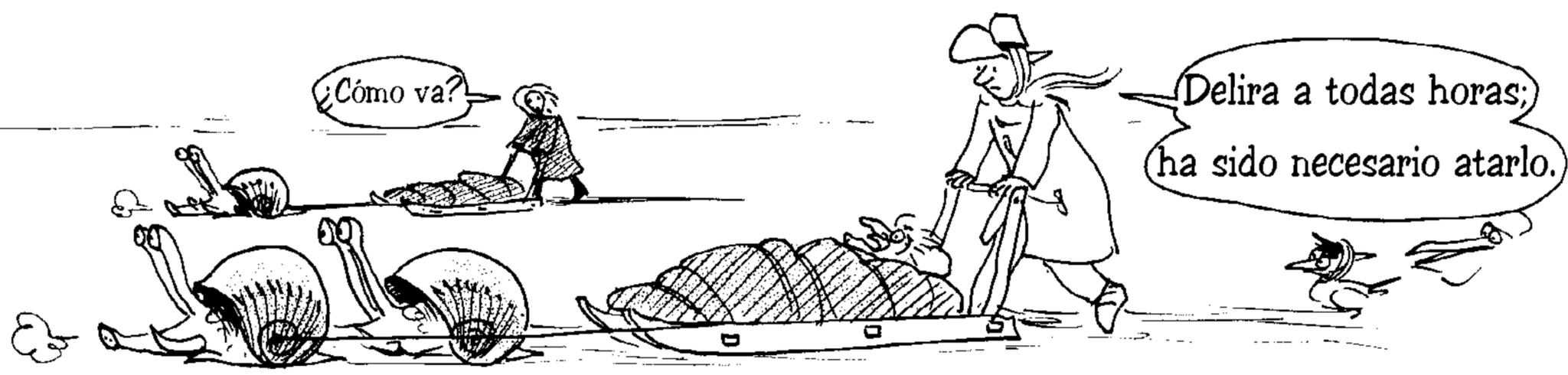
Vamos, señor Amundsen,
debemos volver.

¡qué choc!

Vamos a intentar
aclarar todo esto.

ARG..





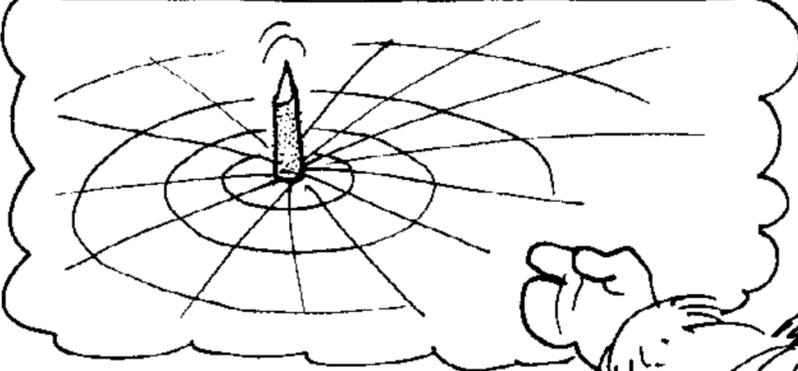
¿Cómo va?

Delira a todas horas; ha sido necesario atarlo.



¿Ya están de vuelta?

En vuestra ausencia ha ocurrido una cosa asombrosa. Mi bandera de pronto ha desaparecido y ¡¡he visto brotar otra con la inscripción "POLO SUR"!!

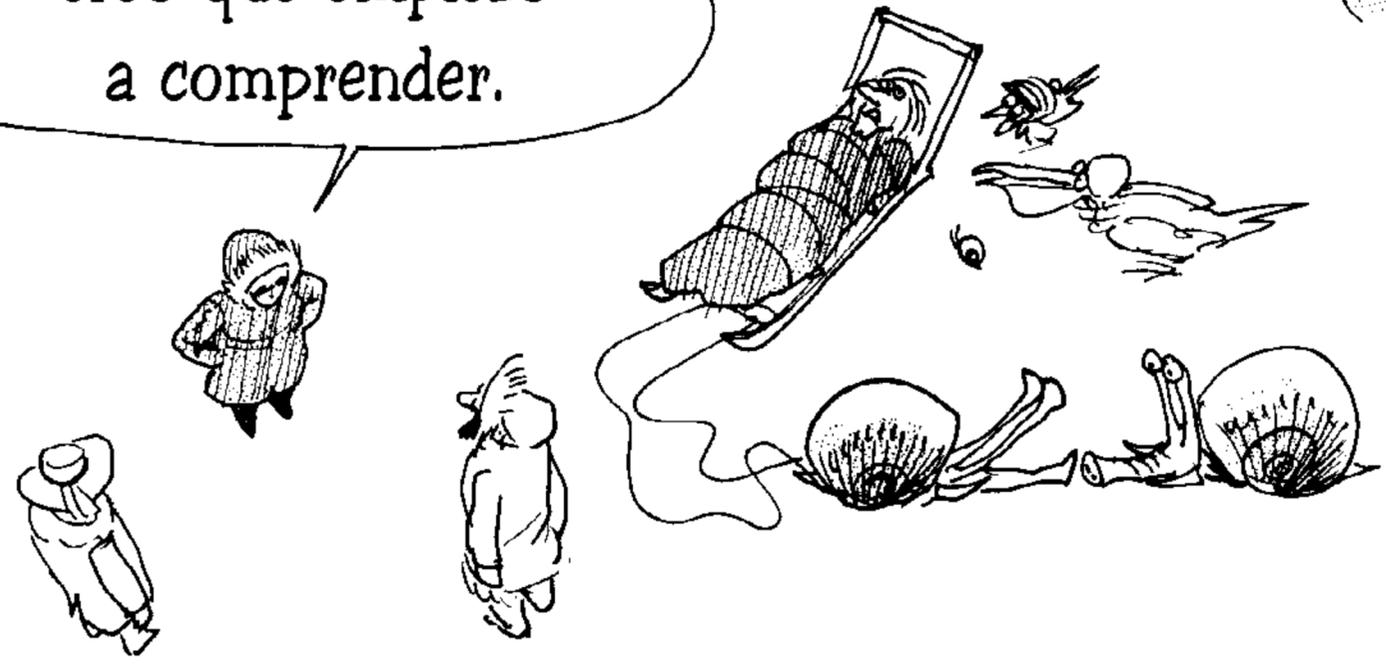


¡Todo esto es absolutamente incomprensible!

No, escuchad... ¿a la bandera POLO SUR no le ha aparecido primero la punta?

Sí, pero ¿cómo lo sabe?

creo que empiezo a comprender.



todo se aclara completamente se se considera que el ENTORNO del meridiano que hemos recorrido constituye una SUPERFICIE UNILÁTERA (*), una BANDA DE MÖBIUS, con una sola cara (ved "LE GÉOMÉTRICON" página 54)



¿Quieres decir que el Polo Sur, donde estuvimos hace un instante, no era más que el reverso... del Polo Norte?

Luego, ¿DÓNDE está el VERDADERO Polo Sur?

todo esto es perturbador...

entonces, ¿qué ocurre?

Es preciso reflexionar.

Según parece se ha perdido el Polo Sur

¡esta sí que es buena!

¿qué dicen?

Según Sofia, ¿podríamos estar sobre una esfera de una sola cara!

¡eso carece de sentido!

Entonces, ¿cómo va por tu casa?

(* una banda que se gira media vuelta antes de pegarse sólo tiene una cara.

Oh, ya sabes, como aquí .

Si queremos sacar al señor Amundsen de su penosa situación, necesitamos, en primer lugar, comprender cuál es la forma de este extraño planeta. Intentemos utilizar algunos principios básicos de la TOPOLOGÍA. Para conseguirlo descompondremos cualquier objeto en:

CÉLULAS CONTRÁCTILES



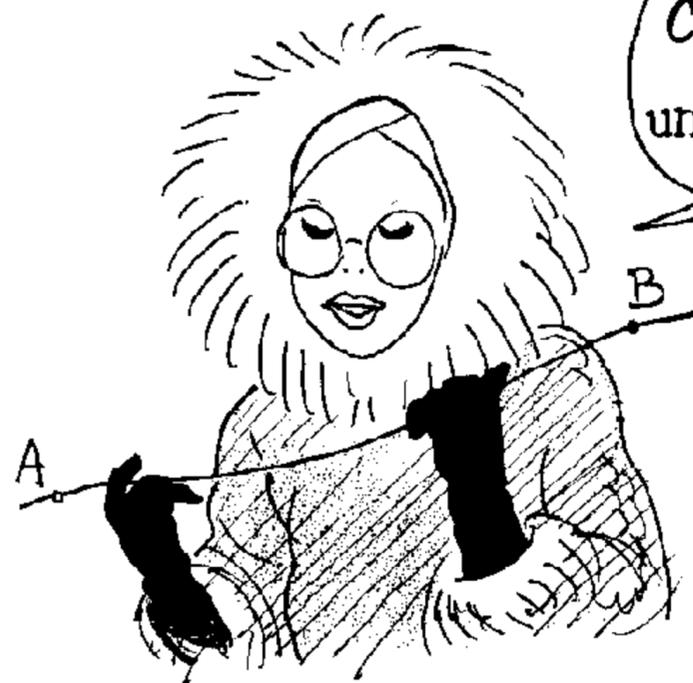
El objeto indescomponible parece que es el PUNTO ...

pero ¿qué haremos con un punto?

Un objeto, considerado como un conjunto de puntos, ocupa un cierto lugar en el espacio. Se dirá contráctil si se puede reducir hasta no ser más que un punto, pero **SIN SALIRSE DE SI MISMO.**



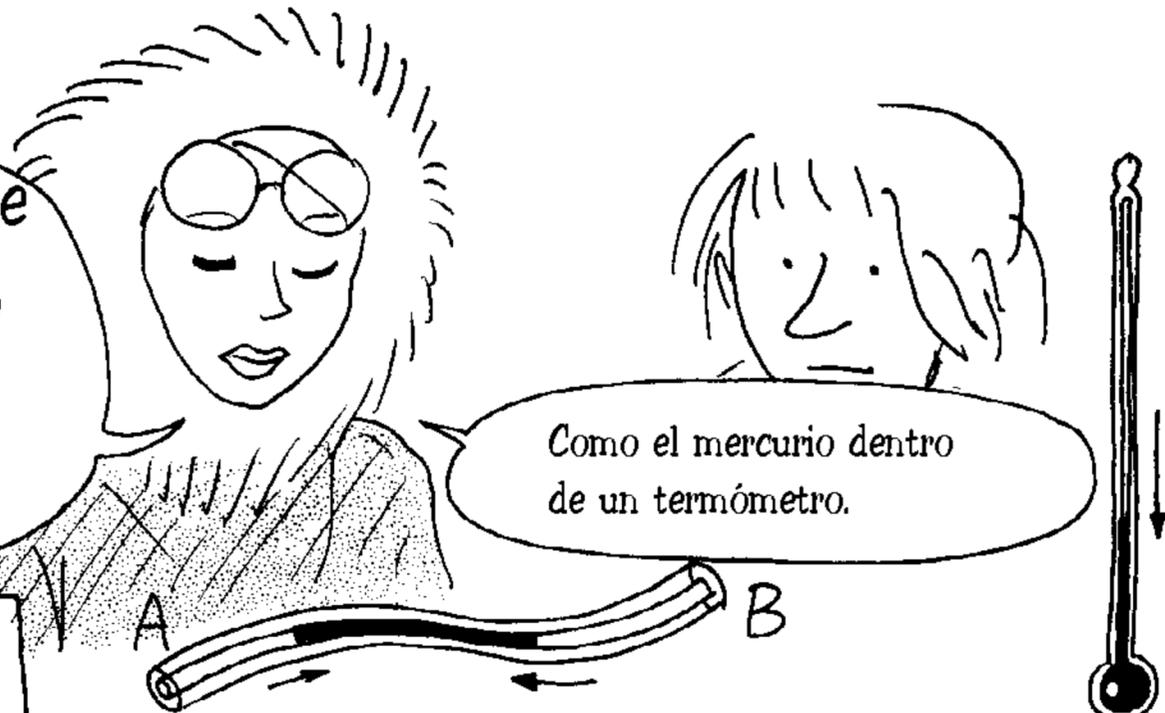
Consideremos, por ejemplo, este trozo de curva. Es un OBJETO DE DIMENSIÓN UNO EN EL ESPACIO



Pues bien, la posición de un punto se puede especificar con una única cantidad: la abscisa curvilínea o la longitud del hilo que separe el punto de otro punto tomado como origen.



puedo poner ese trozo de curva en una especie de tubo vacío, dentro del cual podrá encogerse, encogerse ...



Como el mercurio dentro de un termómetro.

Así, ¿toda curva es contráctil?



Las curvas **CERRADAS** no lo son

pero ... ¡basta cortarlas!



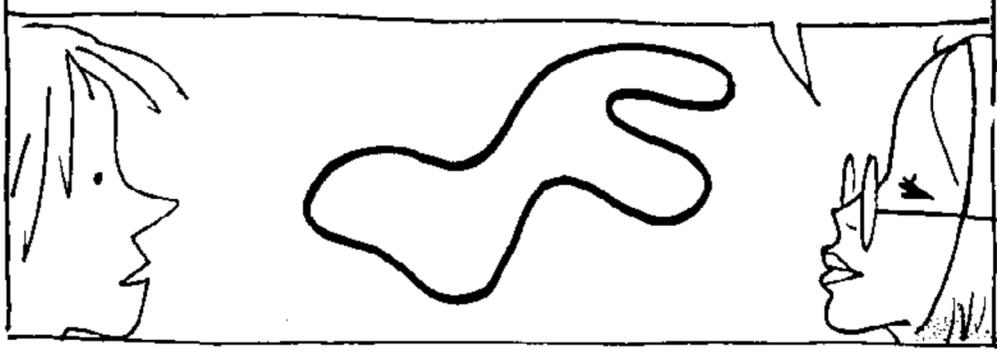
Pero entonces la **CURVA** se tranforma en un **SEGMENTO**. Ya no es **CERRADA**.

Si cojo, por ejemplo, una circunferencia puedo encogerla hasta un punto como éste, ¿no?

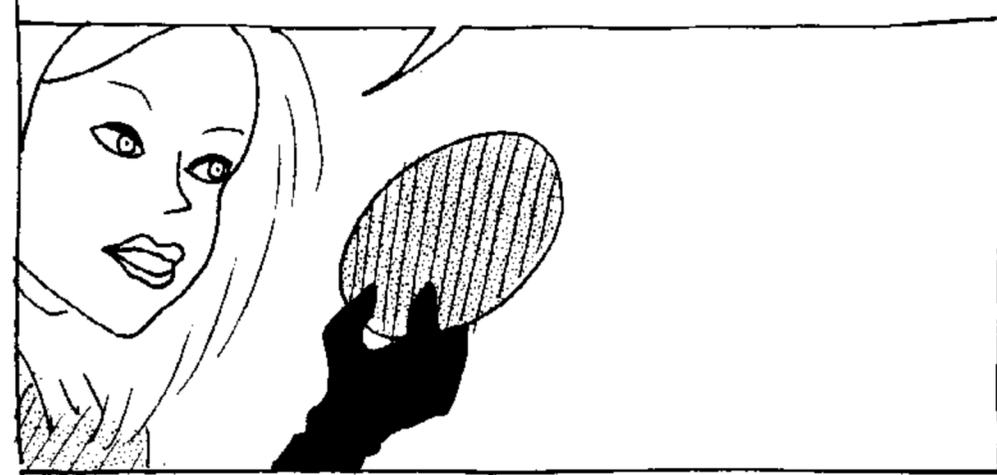


no funciona, pues haciendo esto ya no se recorre a si misma: evoluciona fuera del espacio que ocupaba al principio.

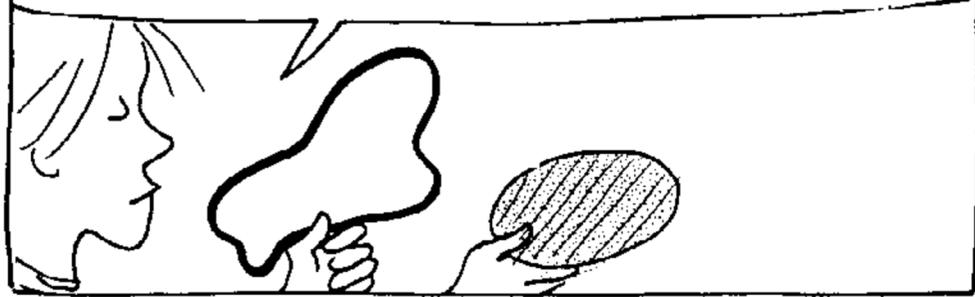
una **CIRCUNFERENCIA** no es, pues, **CONTRÁCTIL** y lo mismo ocurre para toda curva cerrada, plana o no.



En cambio, un **DISCO**, elemento de **SUPERFICIE** es contráctil

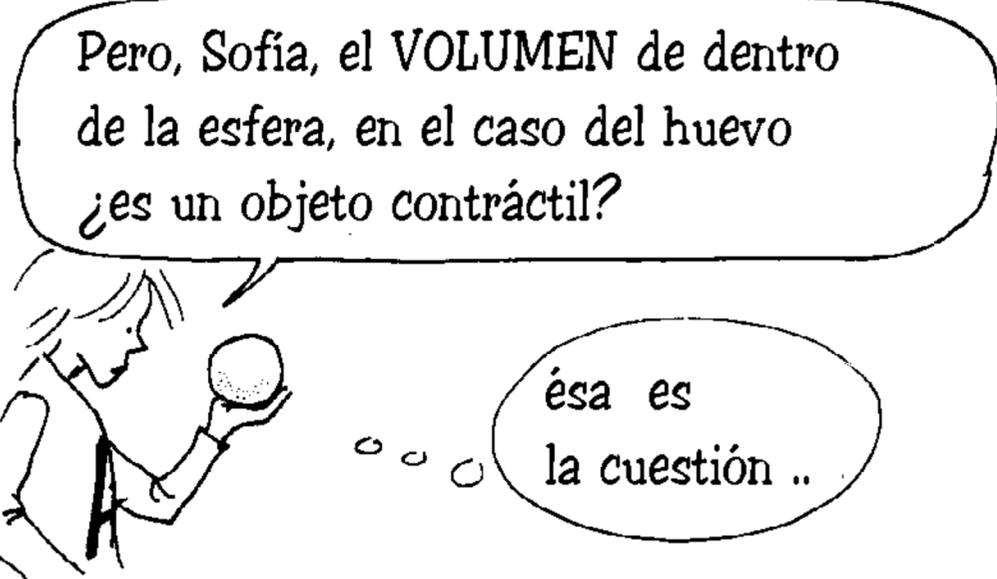


Este disco es un elemento de SUPERFICIE, dicho objeto tiene 2 DIMENSIONES. ¿Cuál es el objeto de DIMENSIÓN 2 que es al disco lo que la circunferencia es al segmento



la ESFERA

Para contraer una curva cerrada hay que romperla. Lo mismo para la esfera o cualquier otra de su mismo GÉNERO.

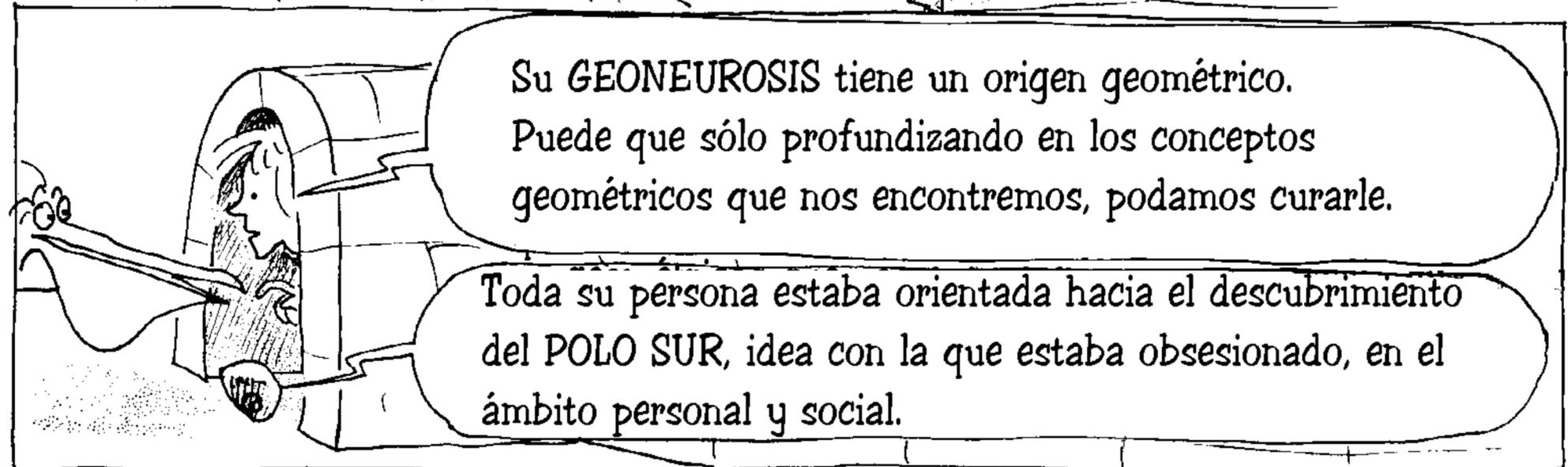
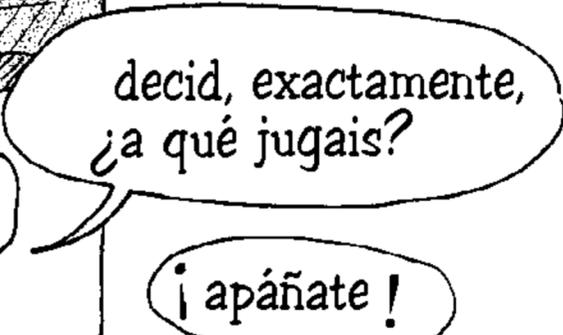
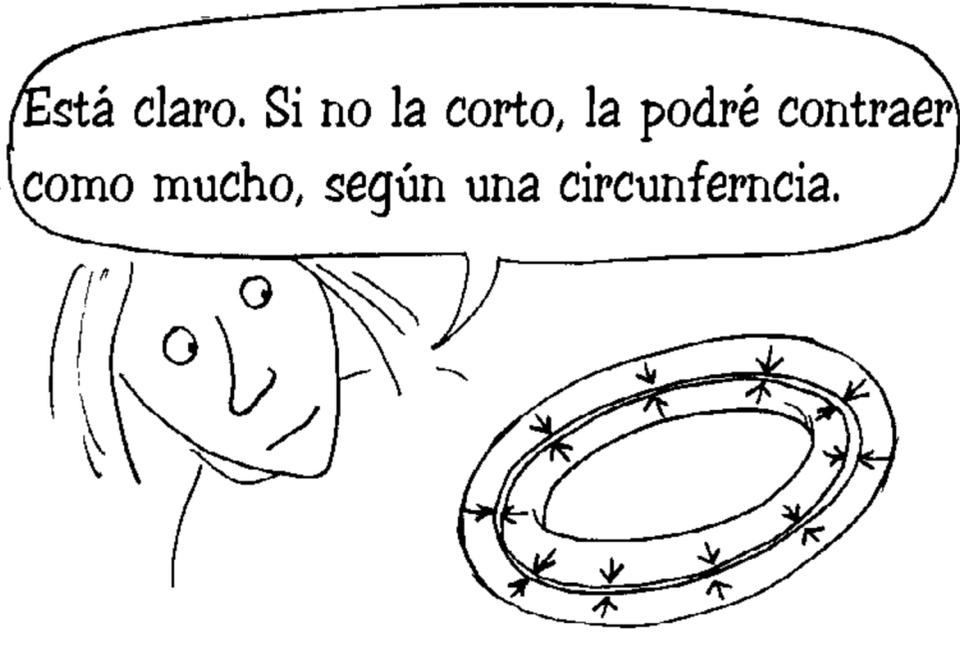


Precisamente. La "superficie esférica" S^2 (*) no es contráctil, pero la "esfera maciza" lo es.



Dicho de otra manera, la cáscara de un huevo no es contráctil, pero su yema, sí.

(*) Ved "LE GÉOMÉTRICON", ediciones BELIN



Efectivamente, su desventura le ha confrontado con una situación que ya no podía asumir.

En resumen, la única solución consiste en averiguar dónde ha ido a parar el maldito Polo Sur

Oh sí, ¡un brutal replanteamiento de su yo profundo!

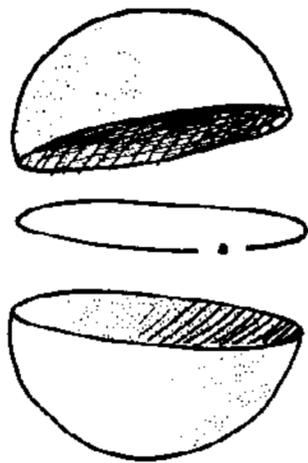
DESCOMPOSICIÓN CELULAR

Todo objeto geométrico se descompondrá en elementos, en células **CONTRÁCTILES** de todas dimensiones: **PUNTOS**, **SEGMENTOS**, **SUPERFÍCIES**, **VOLÚMENES**, etc.

Y el **PUNTO**, ¿de qué dimensión es?

Por extensión, diremos que el **PUNTO** es de dimensión **CERO**.

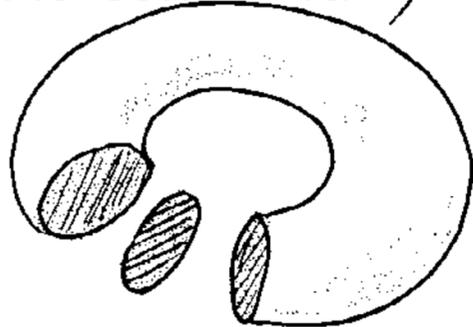
Por otra parte, para descomponer una circunferencia, basta considerarla como un segmento cerrado sobre si mismo por un **PUNTO**. Si quitamos ese punto entonces quedará el segmento.



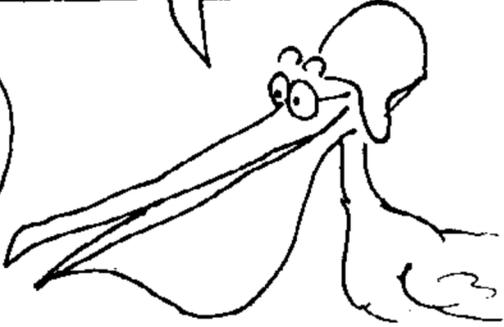
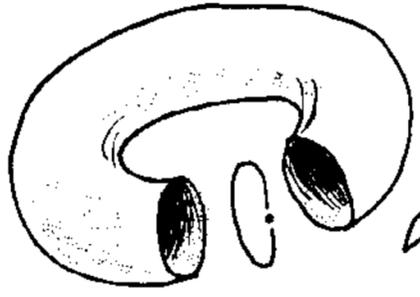
Una "SUPERFICIE ESFÉRICA" S^2 se puede descomponer en dos casquetes y un segmento cerrado por un punto.



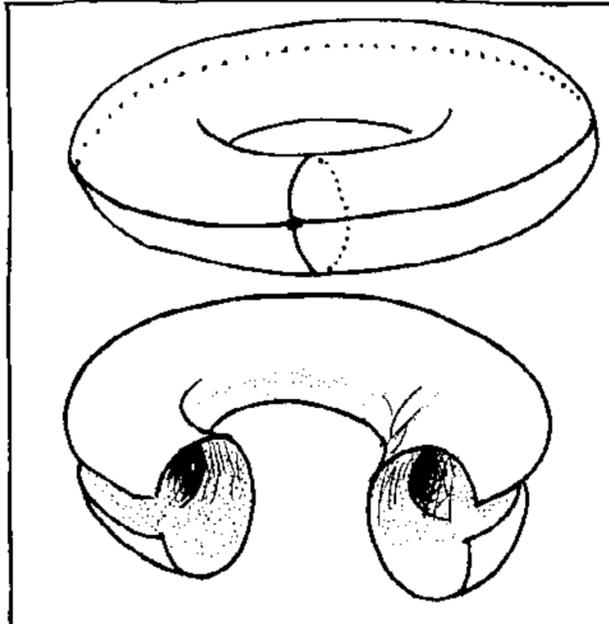
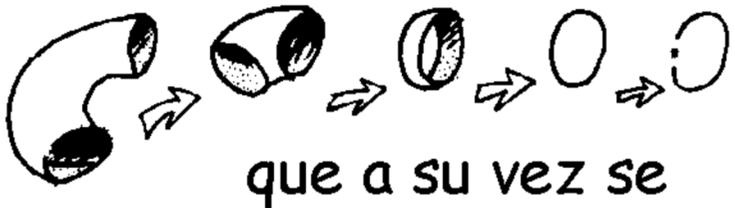
¿Y un "TORO MACIZO"? Veamos, basta descomponerlo con la ayuda de un disco



¿Y la "SUPERFICIE DEL TORO"? veamos ... cortamos por una circunferencia que a su vez cortamos por un punto



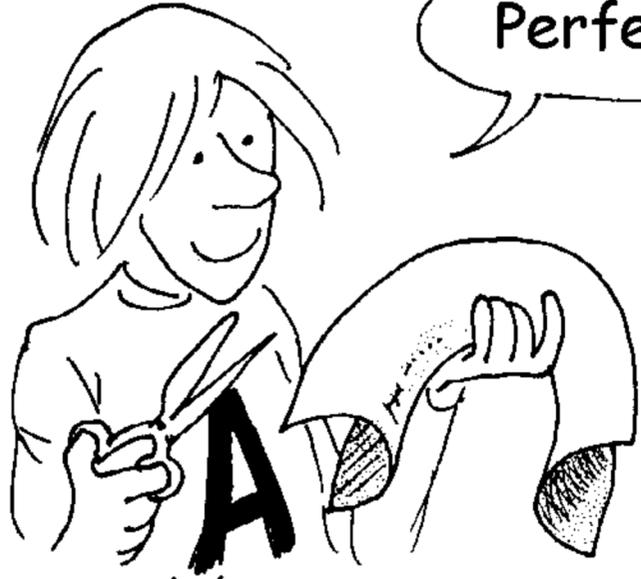
El toro así cortado se contraerá en una circunferencia que a su vez se descompondrá en un segmento y un punto.



Aquí tenemos otra solución con un punto, dos segmentos y un única cara, donde todos los elementos son claramente contráctiles



Perfecto, ¿y qué haremos con todo esto?



Según parece ... Comprender el mundo



LA CARACTERÍSTICA DE EULER-POINCARÉ

Dado un objeto descompuesto, como se ha indicado, vamos a calcular un número χ que será igual al número de puntos, menos el de segmentos, más el número de elementos de superficie contráctiles, menos el número de volúmenes contráctiles (*) y llamaremos a este número χ la CARACTERÍSTICA DE EULER-POINCARÉ.

Así para la circunferencia
 $\chi = 1 - 1 = 0$



Para la SUPERFICIE
 ESFÉRICA
 $\chi = 1 - 1 + 2 = 2$



un punto, un segmento,
 dos casquetes



Para la superficie del toro,
 tenemos un punto, dos segmentos,
 un elemento de superficie
 $\chi = 1 - 2 + 1 = 0$

o sea, 1 punto, 2 segmentos y un
 elemento de superficie
 contráctil

La característica de la ESFERA
 MACIZA es evidentemente -1 ,
 mientras que la del TORO MACIZO
 es $1 - 1 = 0$ (mirad el dibujo de la parte

superior
 derecha de
 la página 14



(*) Lo que se puede generalizar inmediatamente a un número de dimensiones superior a tres (es una suma alternada)

Ahora escuchadme bien: esta característica χ es **¡¡INDEPENDIENTE DEL MODO EN QUE SE DESCOMPONE (en células contráctiles)!!**

Por ejemplo, esta curva cerrada se ha descompuesto en 8 segmentos, unidos por 8 puntos y su característica siempre será nula.

Efectivamente.

Veamos esta descomposición de la superficie esférica: 4 vértices, 6 segmentos, 4 caras.

$$\text{Volvemos a } \chi = 4 - 6 + 4 = 2.$$

Y ésta, 8 vértices, 12 segmentos, 6 caras

$$\chi = 8 - 12 + 6 = 2$$

Puedes intentarlo tantas veces como quieras, siempre te volverá a aparecer

$$\chi = 2$$

¡Sopla!

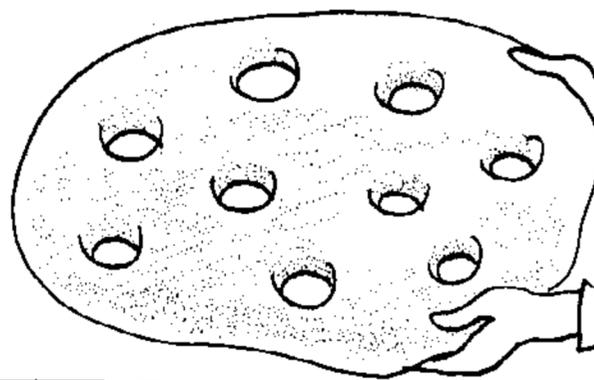
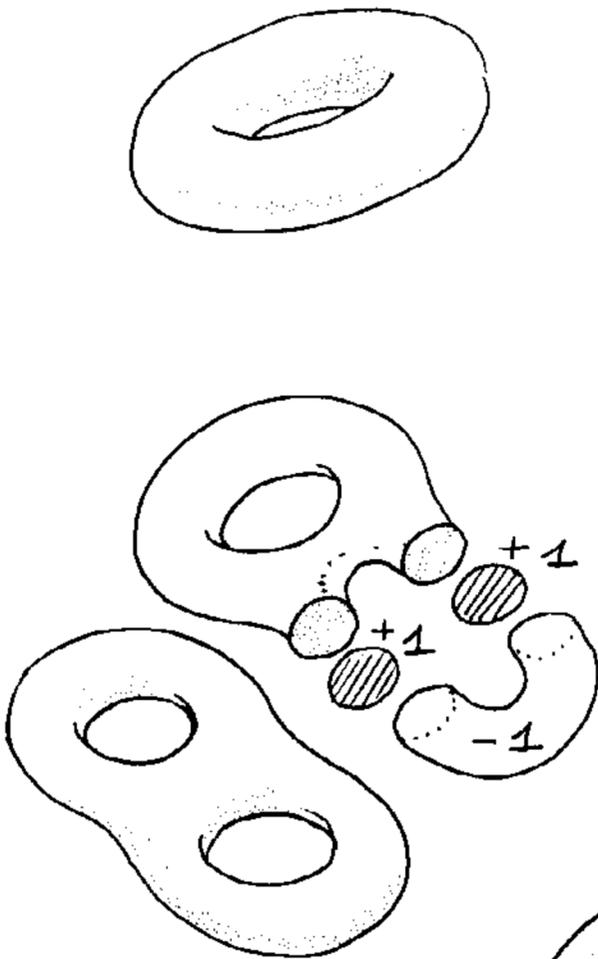
Asombroso ¿no?

• Veamos un TEOREMA útil: Si un objeto es unión de otros dos, su característica es la suma de las características de los objetos que lo componen.

La dirección

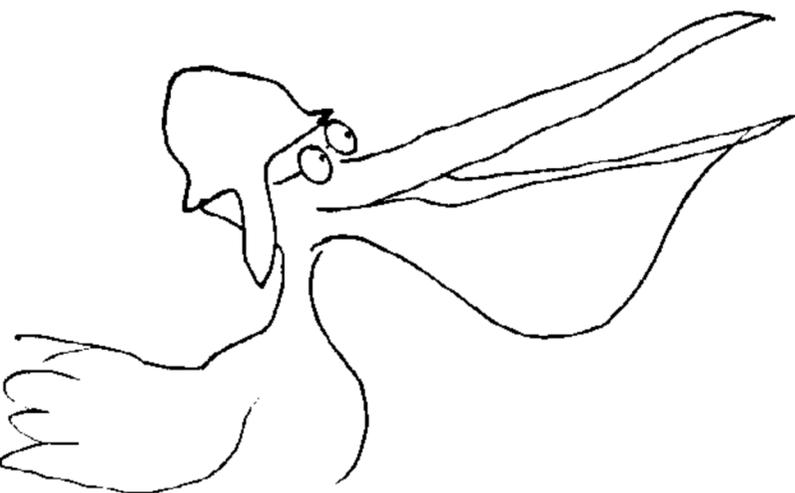
El Toro Macizo tiene característica nula

Si se le añade una asa se le suma una unidad a la característica



Por extensión la HOGAZA MACIZA (*) tendrá una característica igual al número de agujeros menos uno

¿Supongo que le ocurrirá lo mismo a la SUPERFICIE de la HOGAZA?



* Clase de pan de España y del sur de Francia



¡No tiene nada que ver! la SUPERFICIE de la HOGAZA no se puede contraer hasta un disco con N agujeros,



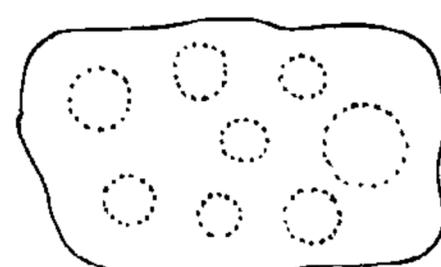
¡qué plancha!



Se puede pasar de la SUPERFICIE ESFÉRICA (característica 2) hasta la SUPERFICIE DEL TORO (característica cero) añadiendo una asa. Puesto que añadir una asa disminuye la característica en 2 unidades.



¡Pues la característica de la superficie de la hogaza es igual a 2 menos el doble del número de agujeros!



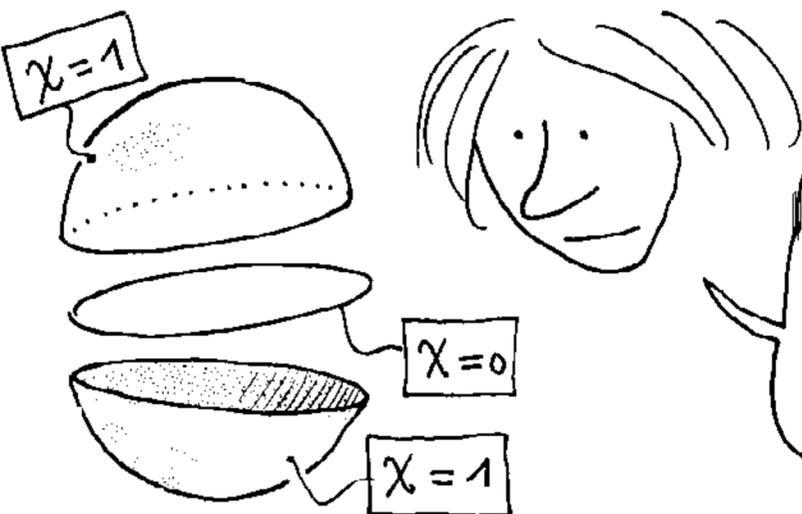
La superficie de un trozo de gruyère con N agujeros está formada por N superficies esféricas más la esfera exterior. Por tanto la característica es $\chi = 2(1+N)$

Entonces para construir un gruyère macizo con N agujeros, se parte de una esfera maciza ($\chi = -1$) y se quitan N conjuntos ESFERA MACIZA + SUPERFICIE ESFÉRICA ($\chi = 2 - 1 = 1$).

La característica del GRUYÈRE MACIZO por tanto es igual a $-(1+N)$

¿Crees que con estas necesidades llegaremos a curar al pobre Amundsen de su geoneurosis?

EL MUNDO EN DONDE VIVIMOS



Se puede calcular la característica de una superficie esférica S^2 considerándola como unión de dos semiesferas y de un ecuador, lo que nos proporciona un valor $\chi=1+1+0=2$

En "LE GÉOMÉTRICON" se presentó el concepto de HIPERESFERA S^3 , espacio tridimensional totalmente CERRADO SOBRE SI MISMO

Vamos a calcular la característica de esta hiperesfera S^3 . Como ya se ha visto en "LE GÉOMÉTRICON" el ecuador (*) es una esfera S^2 cuya característica es 2.

Nuestra hiperesfera S^3 consiguientemente está constituida por dos volúmenes contráctiles, que aportan cada uno -1

Eh, ¿os habéis vuelto locos o qué?

$$\chi = -1 - 1 + 2 = 0$$

SNAP!

* Que divide el objeto en 2 elementos semejantes

¡Entonces la característica de una hipersuperficie S^3 es nula!

Pasamos a una hiperesfera S^4 de cuatro dimensiones



es decir un espacio hiperesférico S^3 evolucionando cíclicamente en el tiempo (*). Esta hiperesfera S^4 tendrá por ecuador una hiperesfera S^3 y los dos hemisferios cuentan cada uno por 1

Luego la característica χ de este espacio-tiempo, de esta hiperesfera S^4 de nuevo será igual a $1+1+0=2$

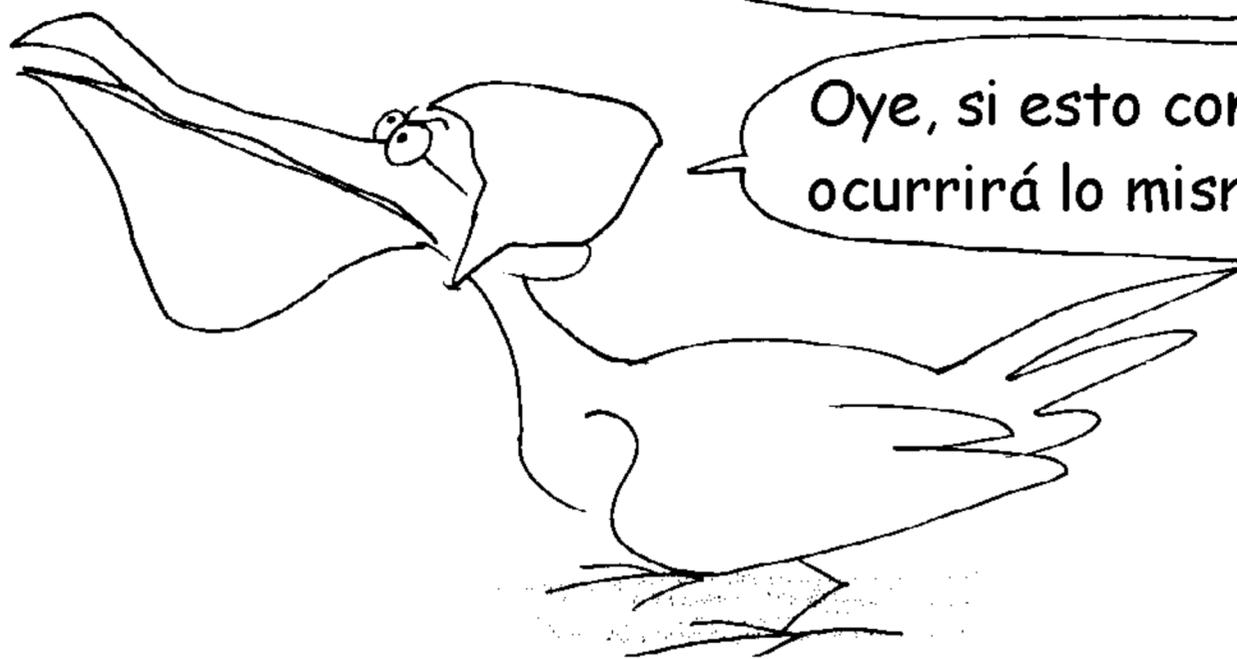
Si consideras una hiperesfera S^5 en dimensión 5, su característica será de nuevo nula y su ecuador será una hiperesfera S^4 .



Y así consecuentemente ...
La característica de Euler-Poincaré de una superficie S^N es 2 si N es PAR y 0 si N es IMPAR



Oye, si esto continúa así, me ocurrirá lo mismo que a Amundsen



(*) Ved "BIG BANG" (BELIN) y los modelos de FRIEDMANN pg. 64

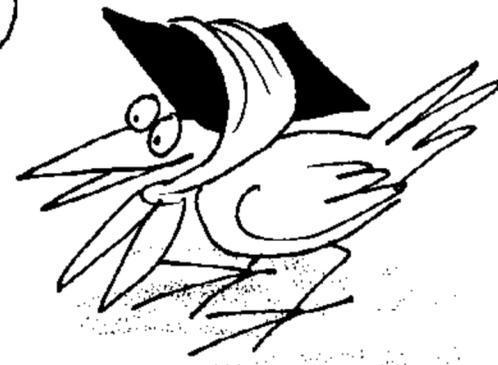
Bien, esta característica de Euler-Poincaré nos ha posibilitado la introducción de un poco de orden en esta jungla de los objetos geométricos.



Así este trozo de cilindro es topológicamente idéntico a un disco perforado y su característica es nula.

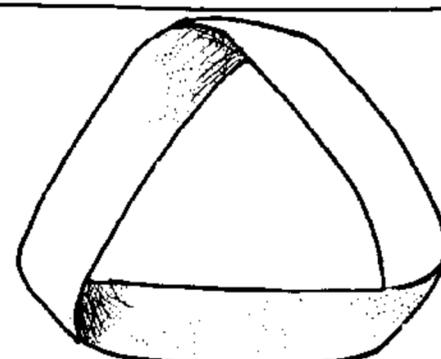
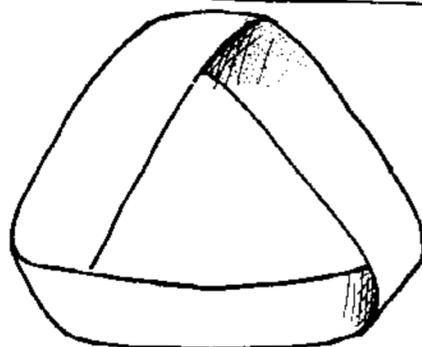


Y tú, ¿qué piensas de este objeto?



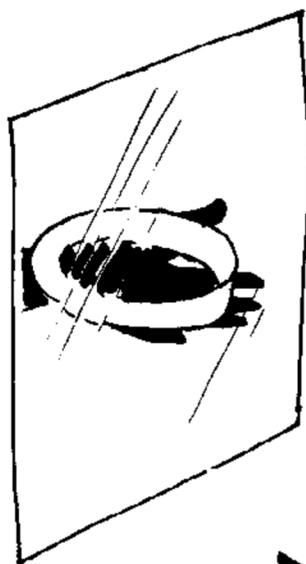
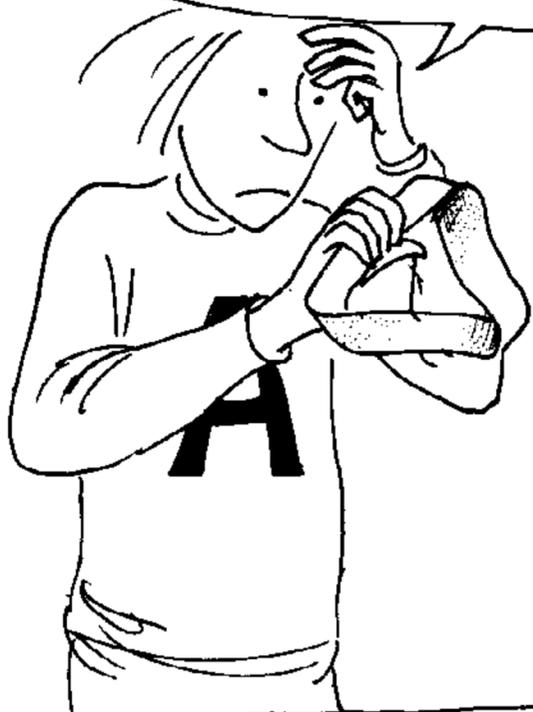
Es la BANDA DE MÖBIUS, que sólo tiene una cara. Como no se la puede asignar ni CARA, ni REVÉS, se dice que es NO ORIENTABLE.

De hecho, todas las bandas que presentan un número IMPAR de SEMI-GIROS son bandas de MÖBIUS, NO ORIENTABLES. Pero estas dos bandas tienen aspectos distintos ...



Las he girado en todas direcciones y no consigo verlas idénticas

No han sido RETORCIDAS en el mismo SENTIDO. De hecho una es la imagen especular de la otra, se dice que son ENANTIOMORFAS



Como mi mano izquierda es la imagen especular de la derecha

Todas estas bandas que se pueden contraer según una curva cerrada tienen característica igual a 0

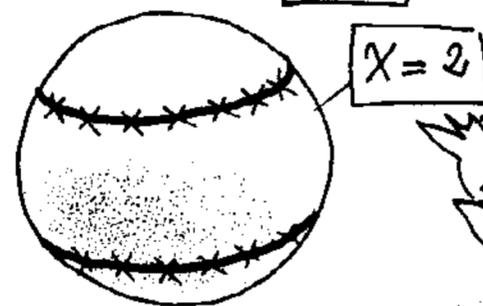
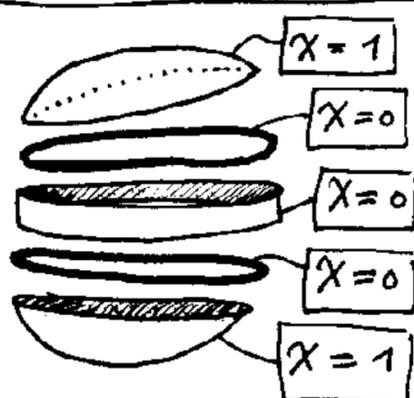
Claro que sí, hay ESPACIOS NO ORIENTABLES de N dimensiones (*)

La BANDA DE MÖBIUS es una superficie NO ORIENTABLE, que tiene BORDE. ¿Hay SUPERFÍCIES NO ORIENTABLES, SIN BORDE, CERRADAS SOBRE ELLAS MISMAS?

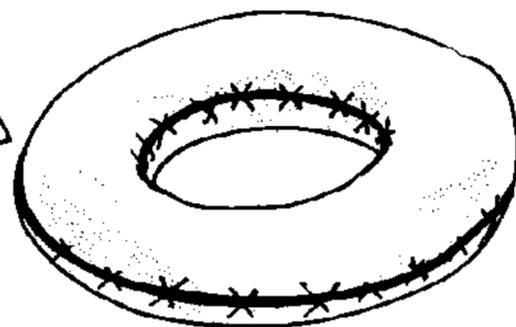
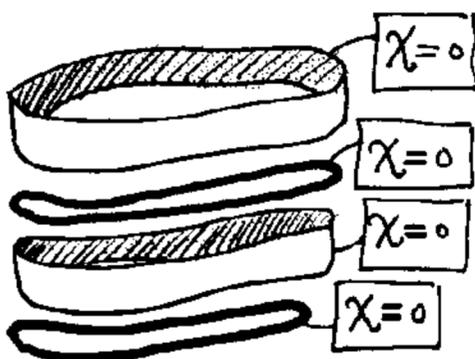
La respuesta en el capítulo siguiente

BORDE CONTRA BORDE

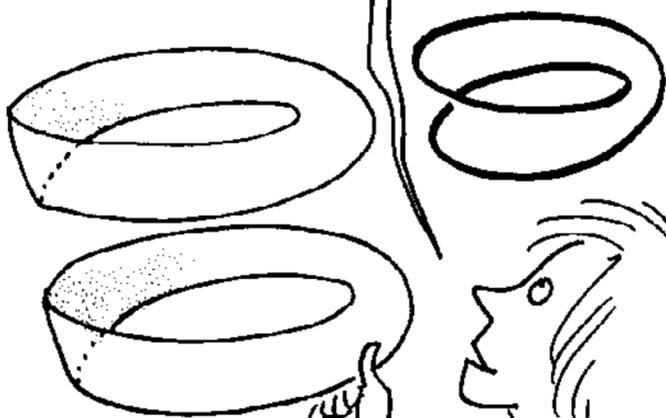
Una CURVA CERRADA (descomponible en un segmento y un punto) tiene característica nula. Lo mismo le sucede a una BANDA, bilátera o unilátera, que se puede contraer en una curva cerrada (ved teorema de la pág. 17). Cerrando una banda bilátera con la ayuda de dos discos a lo largo de dos curvas cerradas, tendremos una SUPERFICIE ESFÉRICA S^2 (bidimensional)



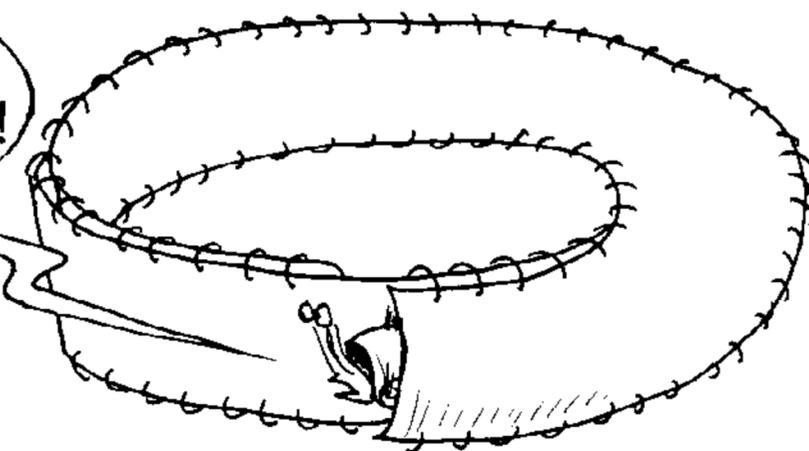
También se pueden coser dos bandas biláteras, una sobre la otra, a lo largo de dos curvas cerradas para obtener una SUPERFICIE TÓRICA T^2 .



A priori debería poder recoser dos bandas de Möbius a lo largo de una ÚNICA CURVA CERRADA



¿¿Eh?!?
¡estoy atorado!



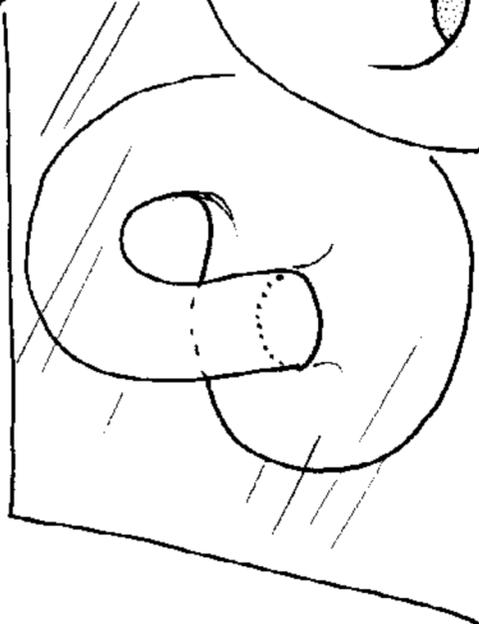
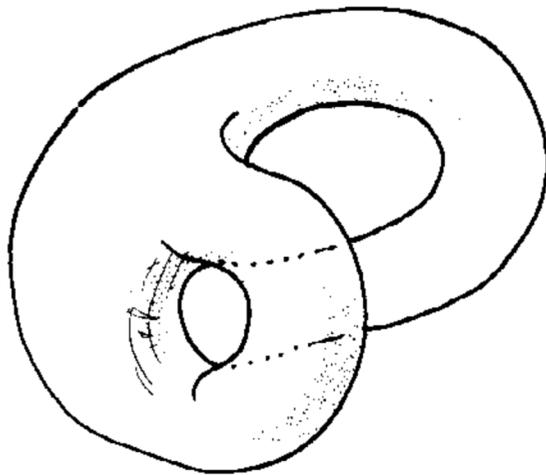
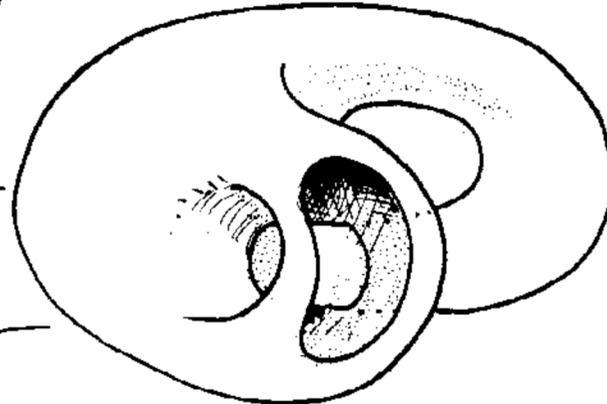
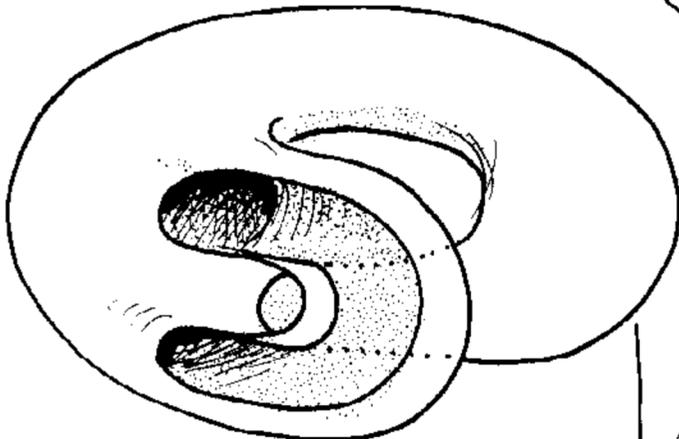
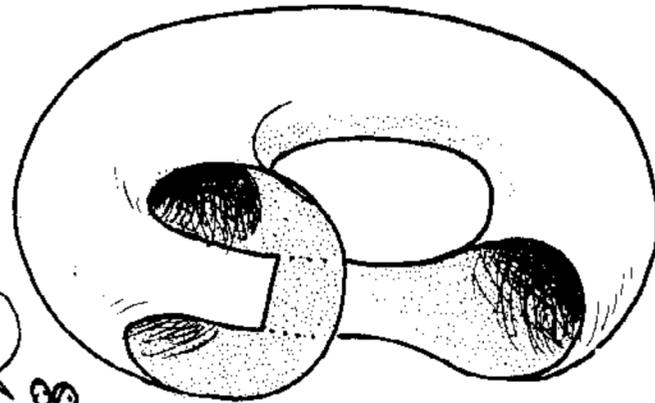
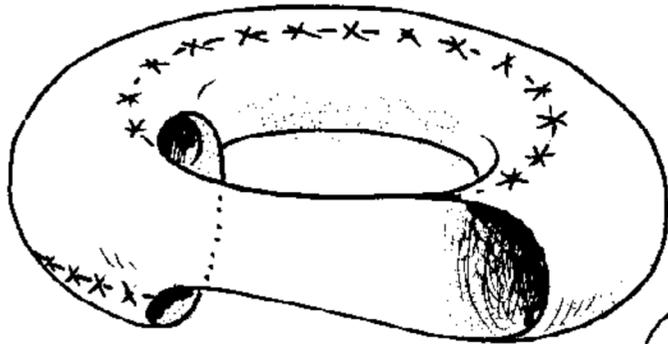
Espera, es preciso utilizar TRAVERSINA (*)

¿i TRAVERSINA !?

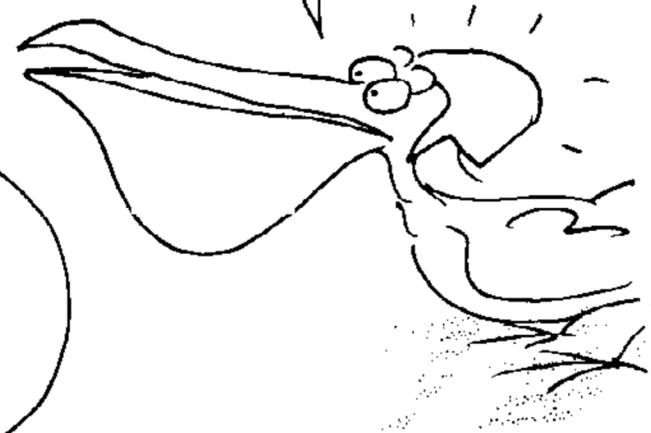


(*) La TRAVERSINA se extrae de las conchas de los HOMOTOPOS

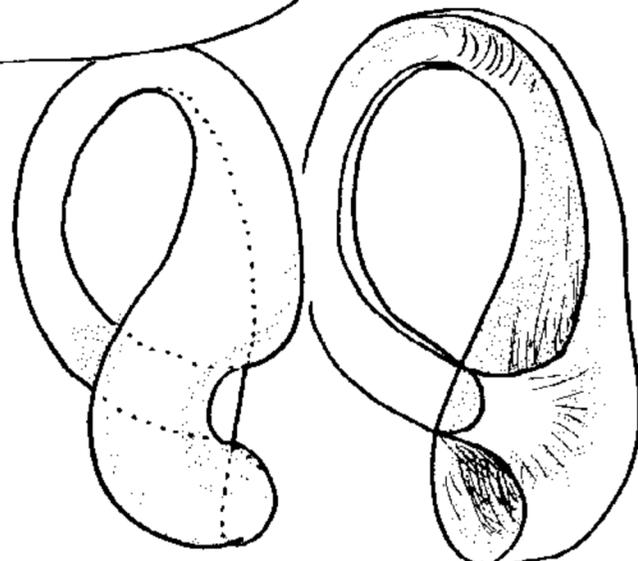
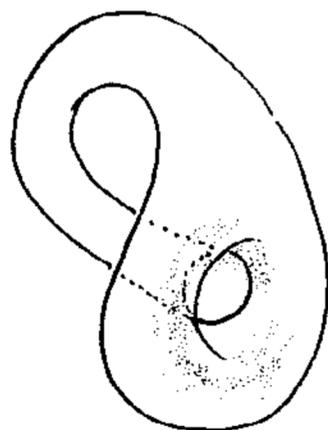
Si embadurnamos de TRAVERSINA una concha, empieza a desarrollarse, a crecer siguiendo su BORDE, formando una superficie cerrada. La traversina proporciona a la superficie la propiedad de ¡ATRAVESARSE A SI MISMA!



El borde ha desaparecido. Entonces, ¿qué es esa circunferencia de ahí?

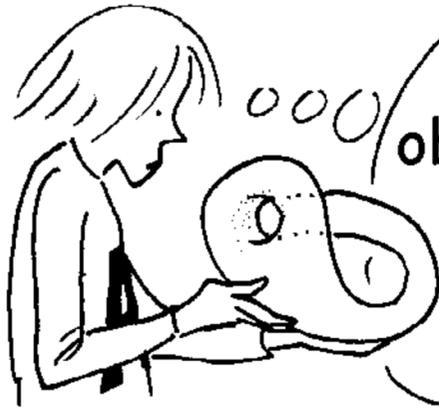
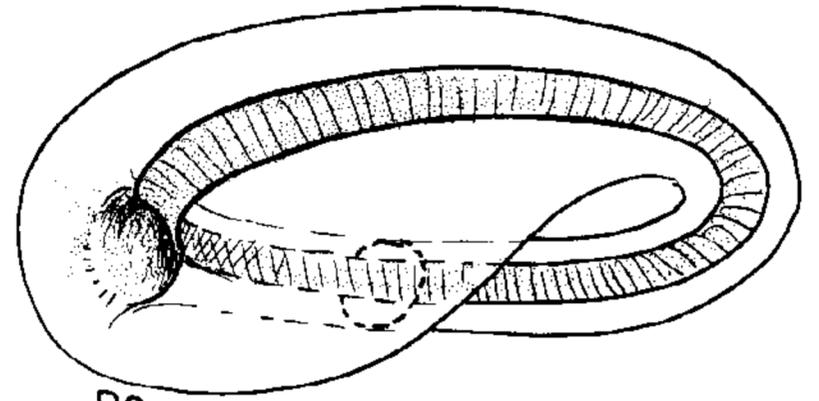


Es la CURVA DE AUTO-INTERSECCIÓN, que no es un BORDE. Puedes comprobar que en esta BOTELLA DE KLEIN la superficie discurre de manera continua en todas direcciones.



dos mitades

Su característica es nula puesto que se ha fabricado a partir de dos bandas de Möbius ($\chi = 0$) y de una curva cerrada ($\chi = 0$). Por tanto no es extraño observar una de estas bandas.



Claro, se puede observar una banda de Möbius en la superficie es porque sólo tiene una cara.

Al grano Tiresio, por casualidad ¿no podríamos encontrar una banda de Möbius en tu concha?



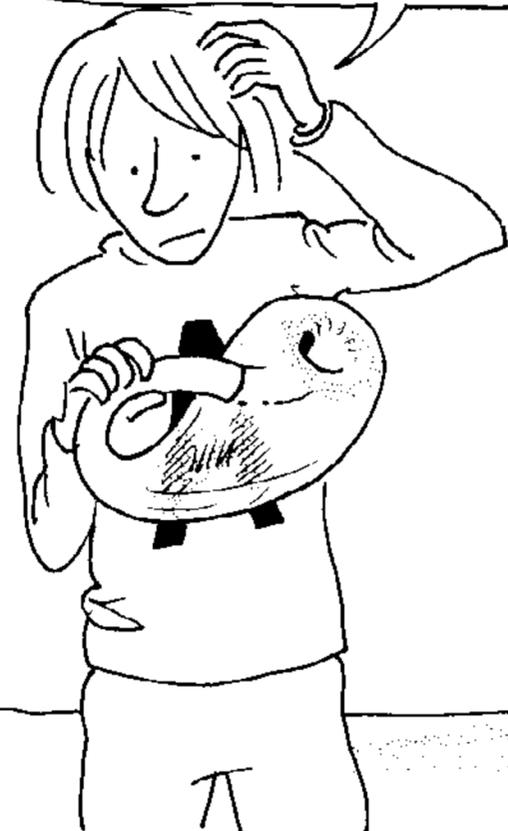
¡Agg!



¡No empecéis vosotros dos ahora!



Como mínimo es una superficie chocante, ¿no?



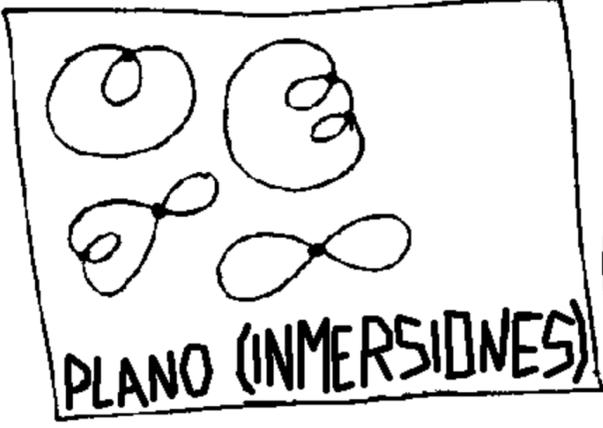
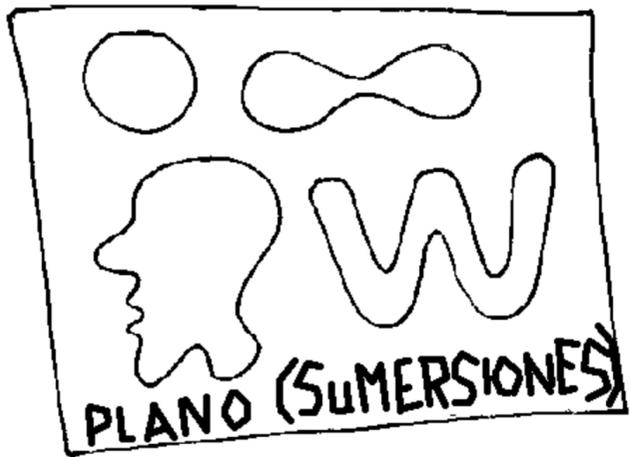
Hasta ahora sólo habías conocido superficies que no se cortaban, como la ESFERA o el TORO. Las superficies que sí se cortan en nuestro espacio se llaman INMERSIONES.

¿inmersiones?



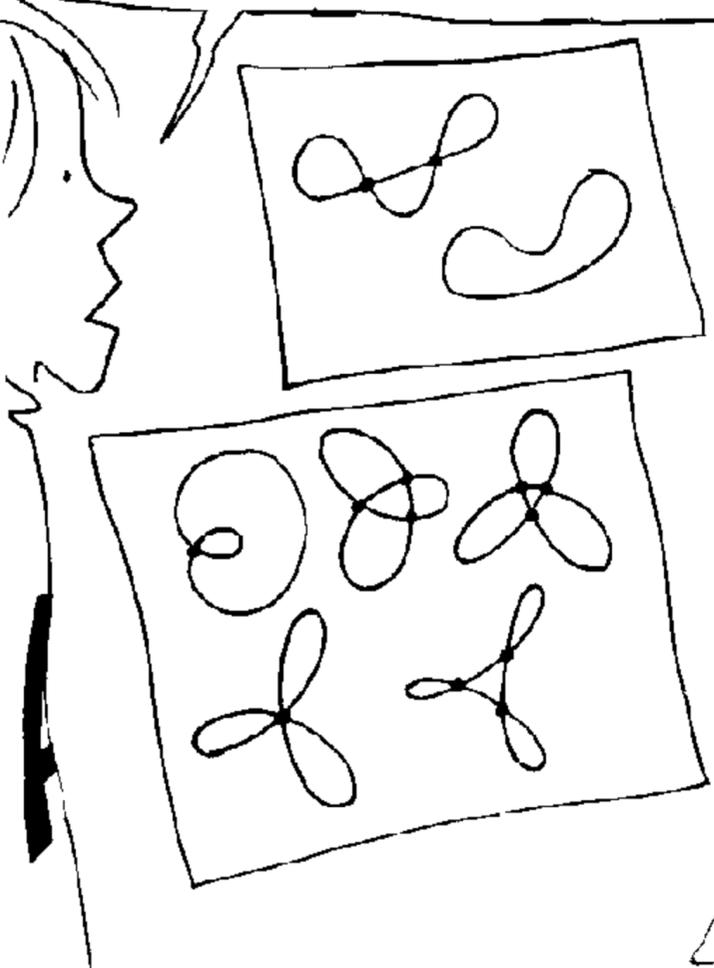
SUMERSIONES E INMERSIONES

Una curva cerrada es un ente geométrico unidimensional, sin puntos dobles y cuya única característica es no tener ni comienzo ni fin. Y hay infinitas maneras de situarlas en el plano.



Cuando no se corta a si misma se dice que está SUMERGIDA EN EL PLANO, de lo contrario se dice que está INMERSA (*)

Supongo que lo que las caracteriza, ¿es su número de puntos de intersección?



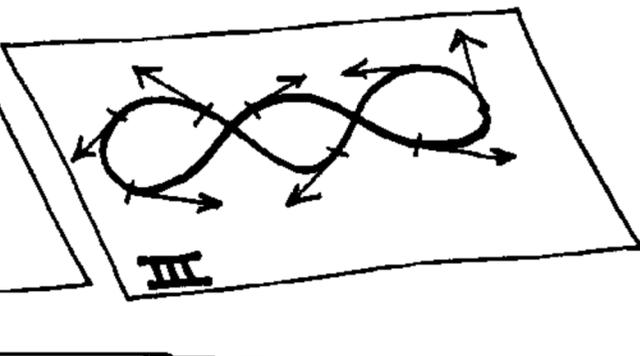
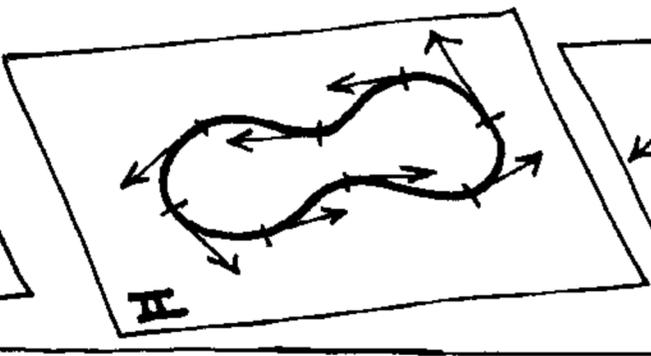
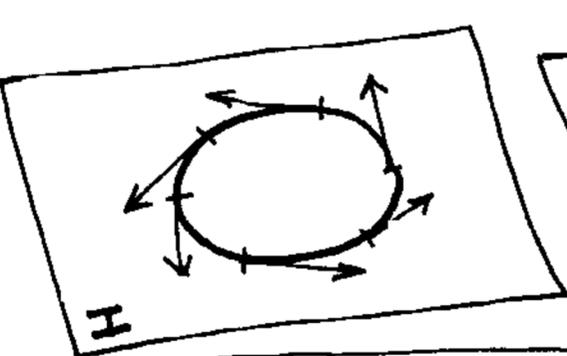
No, puesto que si deformamos de manera continua estas curvas podemos hacer aparecer o desaparecer PAREJAS DE PUNTOS. Pero, lo que se mantendrá invariante es el NÚMERO DE VUELTAS.



Observa: si obligamos al vector a ser tangente a la curva

(*) una sumersión es un caso particular de inmersión

(sin puntos angulosos)



Mediante una deformación REGULAR (sin puntos angulosos) en el PLANO podemos pasar de la curva I a la curva III. Al hacerlo hemos conservado la rotación total del vector (360°) al recorrer cada curva.

Esta es una HOMOTOPIA REGULAR en el PLANO. Ésta conserva el número de vueltas del vector tangente a la curva.

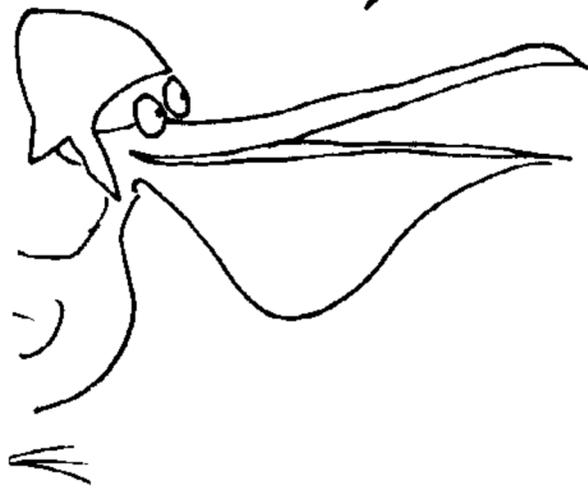
¡Por más que lo intento, no puedo transformar este OCHO en una CIRCUNFERENCIA! ...



Es normal. El vector no da el mismo número de vueltas. ¡En el OCHO la suma algébrica de las rotaciones es nula!



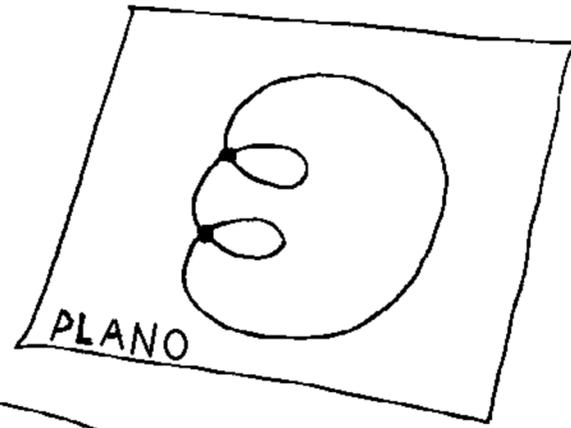
Teniendo en cuenta esta regla de deformación de las curvas cerradas (continuidad, regularidad), en una superficie hay cosas que son POSIBLES y otras por siempre IMPOSIBLES



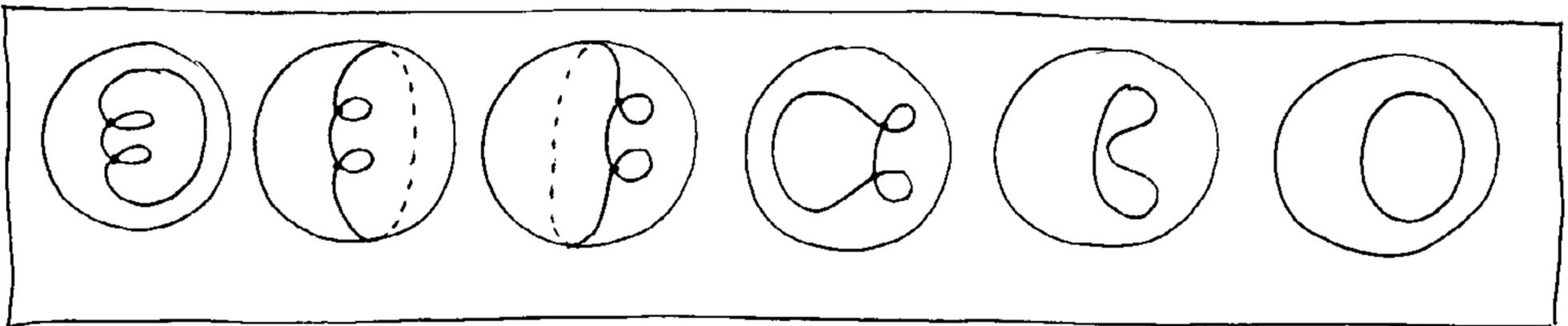
¡No tan sencillo!



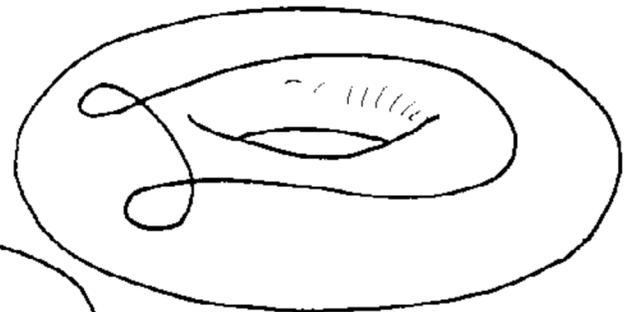
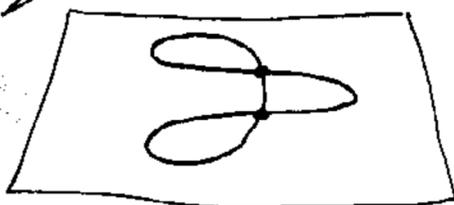
Esto depende del ESPACIO en donde el objeto esté representado. Mira por ejemplo esta curva. Sobre un PLANO no hay modo de hacer desaparecer sus puntos dobles.



En cambio, sobre la ESFERA:

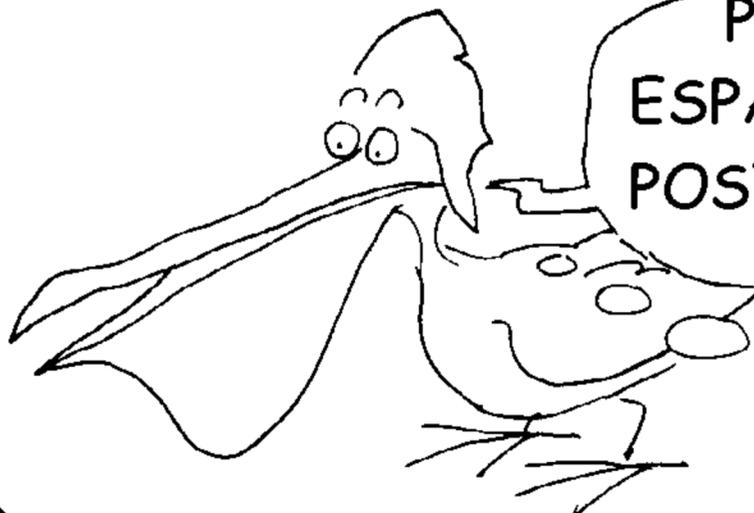


De ese modo ciertas cosas que parecen imposibles en determinado ESPACIO DE REPRESENTACIÓN (aquí el plano) se vuelven posibles cambiando dicho espacio, dotado de una topología distinta. Y viceversa



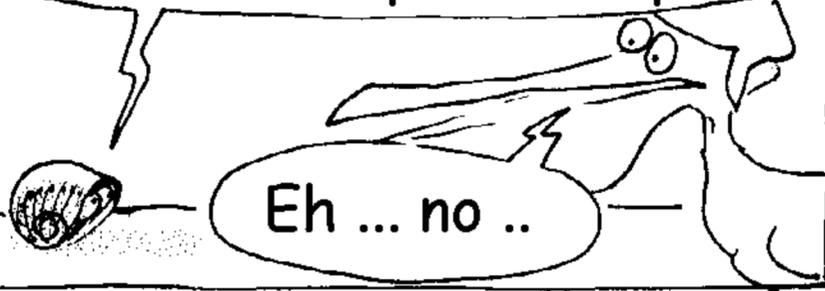
En el plano, esta curva se desata fácilmente, mientras que no se puede hacer si esta se representa sobre un toro

Pero en fin, Tiresio, en nuestro ESPACIO-TIEMPO, ¿hay cosas POSIBLES y otras definitivamente IMPOSIBLES, no?



la angustia ...

¿Tú conoces la topología de nuestro espacio-tiempo?

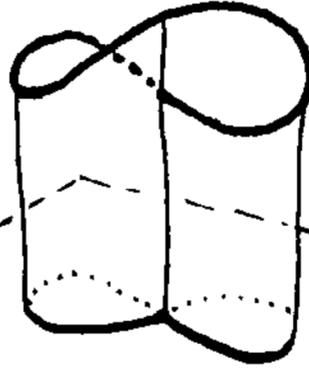


Eh ... no ..

No vivimos más que de apariencias ¡y aún así!



Los puntos de intersección de la curva cerrada no están más que en la representación en una superficie. La imagen bidimensional no es más que una proyección



Fundamentalmente aquí no hay más que un único objeto: LA CURVA CERRADA, un SER UNIDIMENSIONAL



En un espacio de representación con 4 dimensiones, ¡la BOTELLA DE KLEIN ya no se puede recoser!

Pero entonces, ¿cambiando de espacio de representación puedo hacer CUALQUIER cosa? ¿Por ejemplo transformar una botella de Klein en una esfera?



No, hay características que se mantienen INDEPENDIENTES DEL ESPACIO DE REPRESENTACIÓN

LA TOPOLOGÍA

Por ejemplo:

La característica de Euler-Poincaré,
la orientabilidad, el carácter cerrado.

Para los objetos unidimensionales
todo se resume en:

**ES NECESARIO QUE UNA CURVA
SEA ABIERTA O CERRADA**



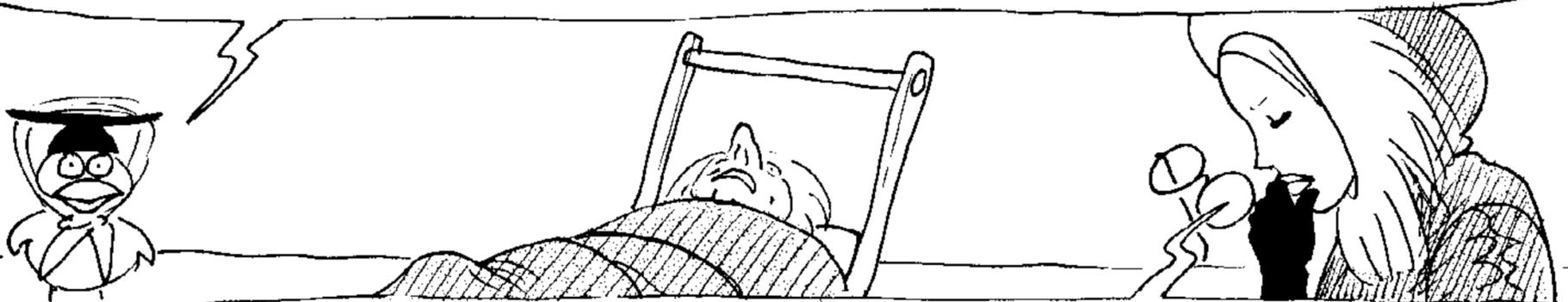
Entonces, ¿cómo está Amundsen?

No hay cambios, siempre
más o menos igual...

¿GEONEUROSIIS?
Yo me inclinaría antes por
una TOPONEUROSIIS.



Nuestras estructuras mentales, nuestra **LÓGICA**, nuestra
percepción del mundo, se apoyan en bases geométricas que
se pueden agrietar en cualquier momento.



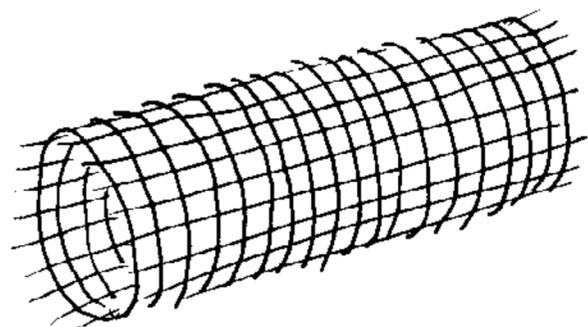
Si no conseguimos restablecer un mínimo de coherencia en la
visión que nuestro amigo tiene de las cosas, corre el riesgo de
persistir en su rechazo del mundo sensible.

RETÍCULAS

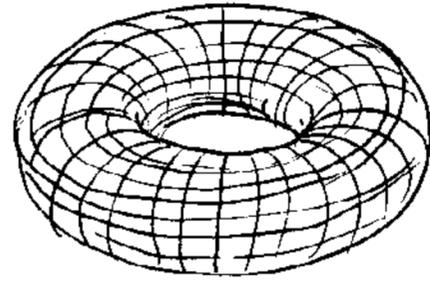
He encontrado otro modo de representar cómodamente las superficies: LA CESTERÍA



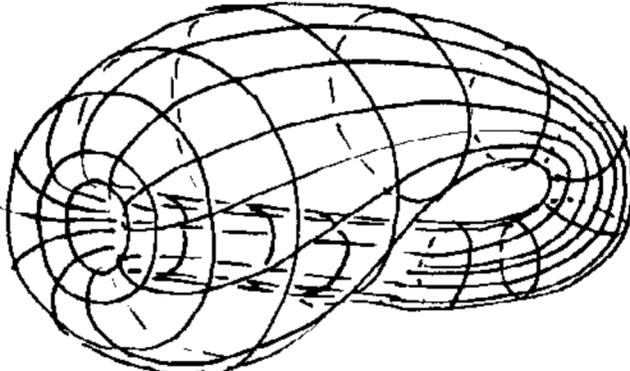
Por ejemplo: esto es un cilindro



esto un TORO

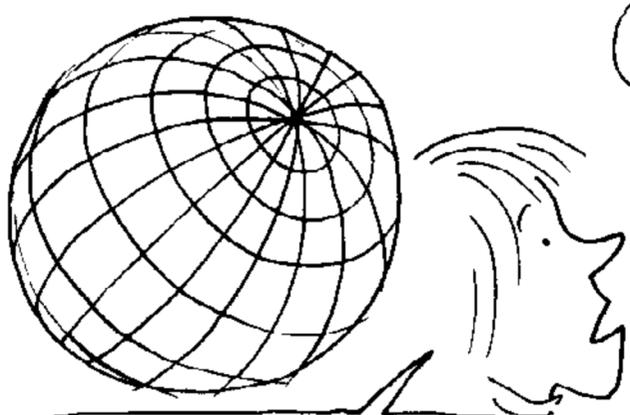


una botella de KLEIN

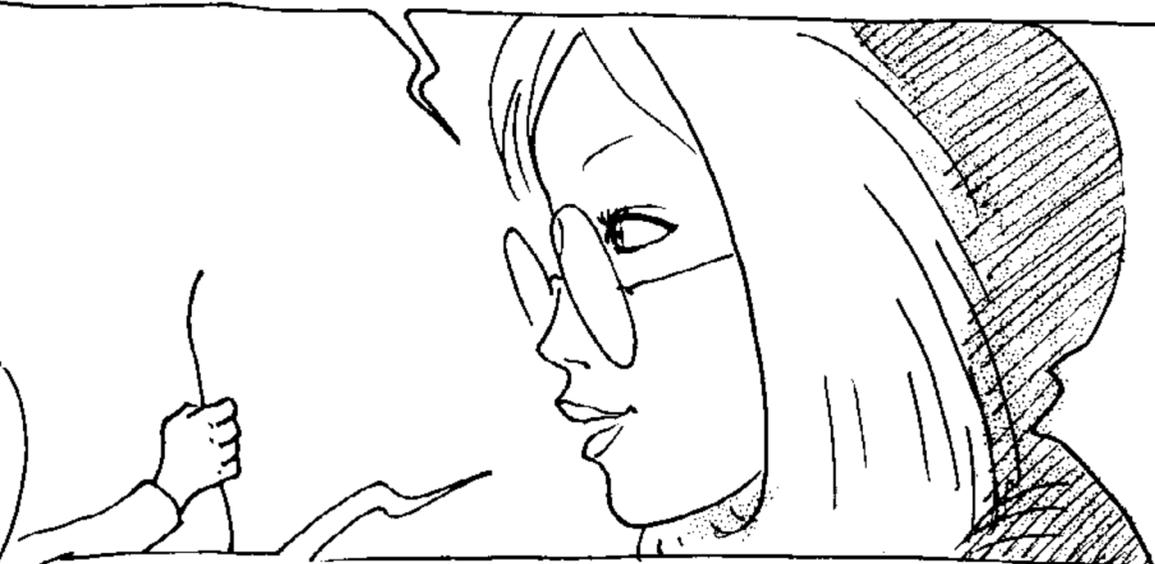


Con la esfera me encuentro con unos problemas ...

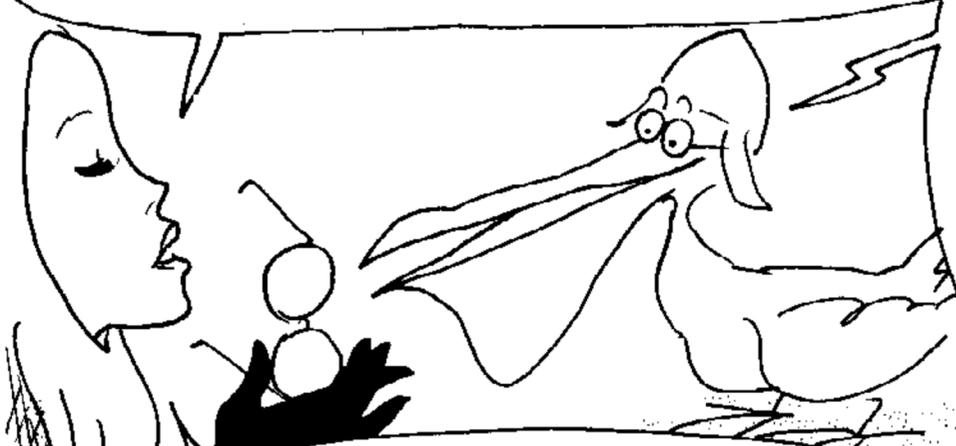
En la ESFERA se deben introducir 2 POLOS.



Pero .. no comprendo. En el TORO y en la botella de KLEIN no los necesitaba ...



La característica de Euler-Poincaré te proporciona el número de POLOS necesarios para ENMALLAR tu superficie. Para el TORO o la botella de KLEIN es cero. Para la ESFERA es 2.



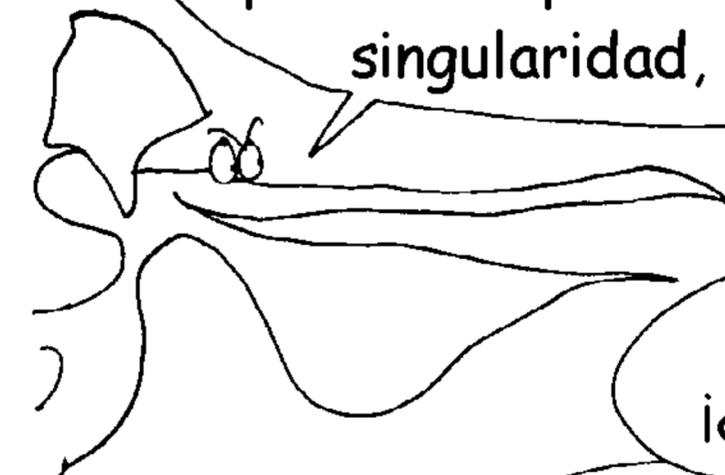
Bien entendido, este concepto se puede generalizar a las HIPERSUPERFICIES, en espacios de 3, 4, ...N dimensiones

Salvo error el universo es, siguiendo el modelo cíclico de FRIEDMANN(*), una hiperesfera S^4 . Concibo que se pueda empedrar un espacio tridimensional con la ayuda de estructuras cúbicas. Pero, ¿y en cuatro dimensiones?

Sencillo, tu empedras con HIPERCUBOS



¿hipercubos?
Ah bien ...



Pero, vamos a ver ... la característica de una hiperesfera S^4 es 2. Por tanto nuestro espacio-tiempo debería presentar por lo menos una cierta singularidad, ¿un polo?

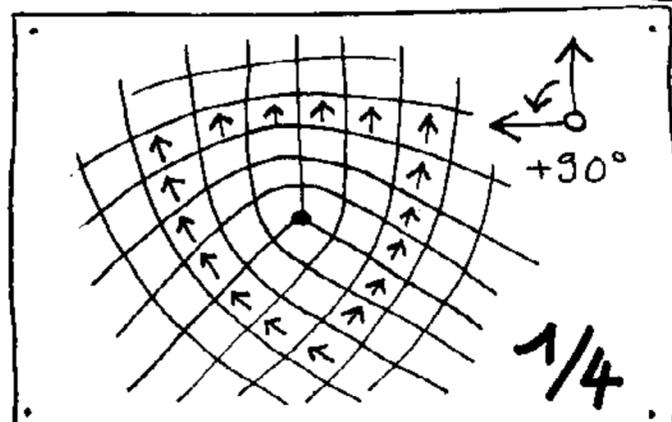
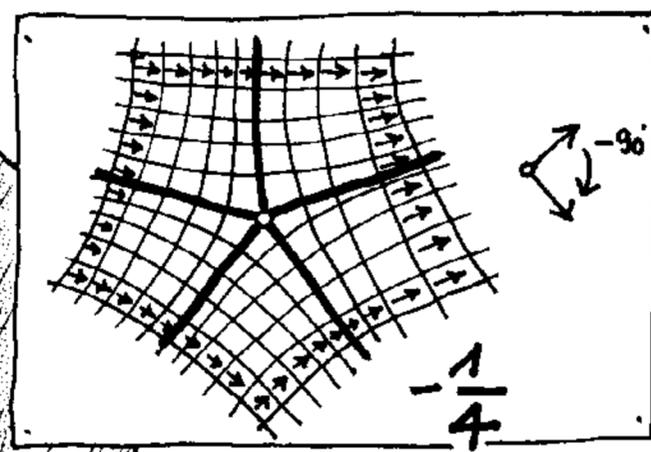
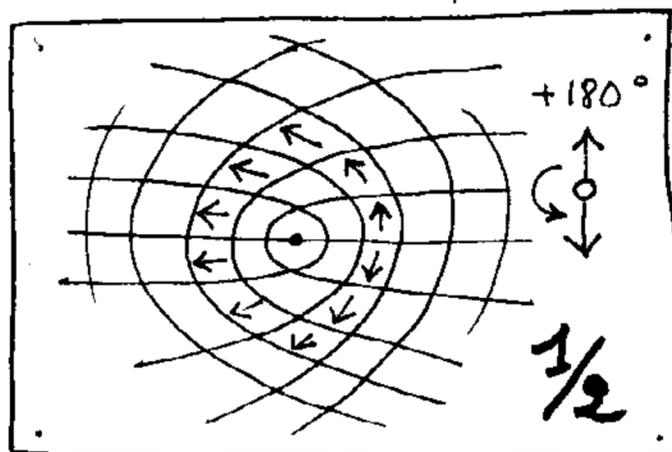
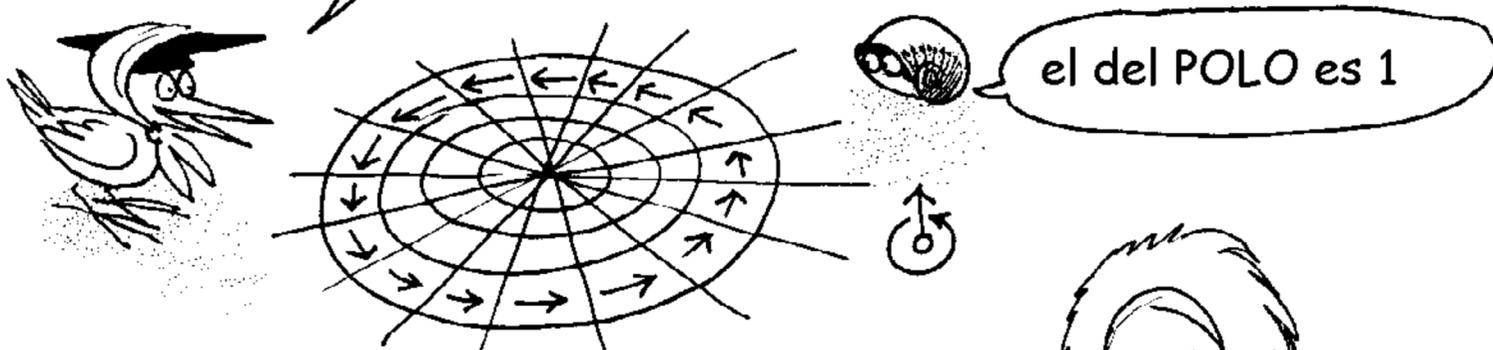
y el BIG BANG ¿¿ QUÉ es !?!



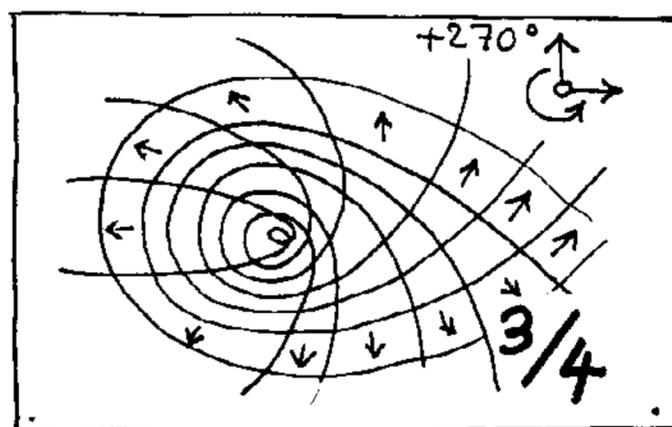
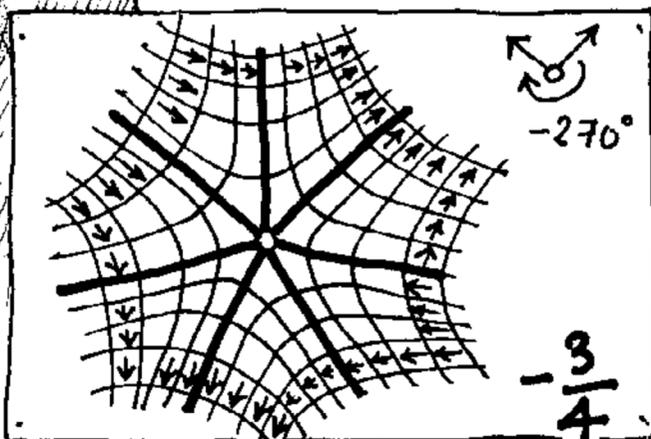
De ese modo, a partir de consideraciones puramente geométricas se habría podido preveer uno de los aspectos más fantásticos de la historia, descubierto simultáneamente con la expansión del universo.

SINGULARIDADES

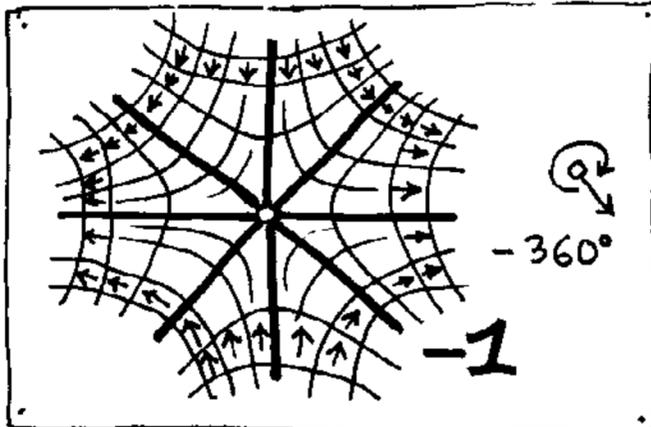
EL ORDEN DE UNA SINGULARIDAD DE RETÍCULA es igual al ángulo que gira el vector, positivo o negativo, dividido por 360° (2π).



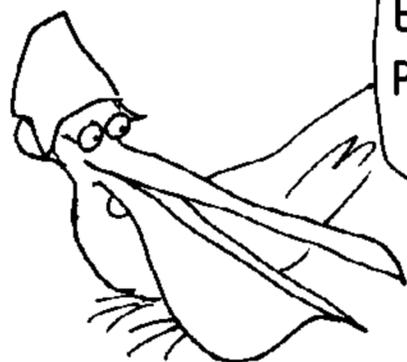
Aquí vemos unas singularidades de orden positivo (derecha) y negativo (a la izquierda)



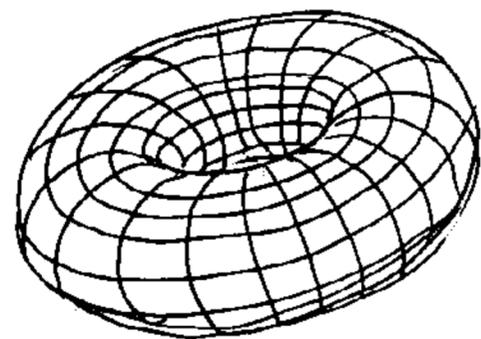
¿Con qué finalidad?



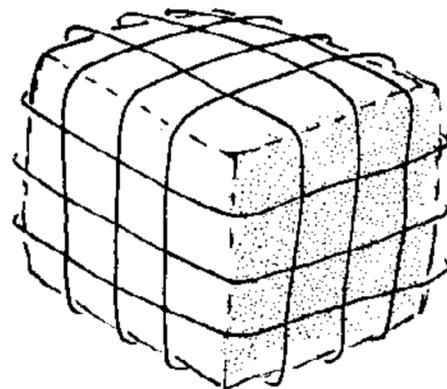
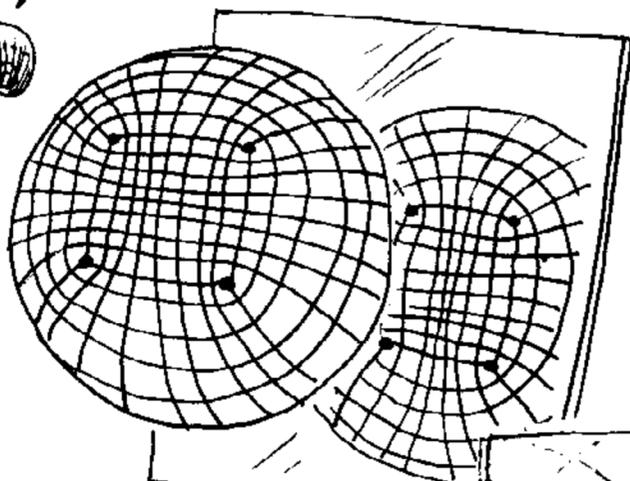
Si reticulas una superficie cerrada, posiblemente tenga singularidades. Entonces la característica de Euler-Poincaré será igual a la suma algebraica de los órdenes de las singularidades



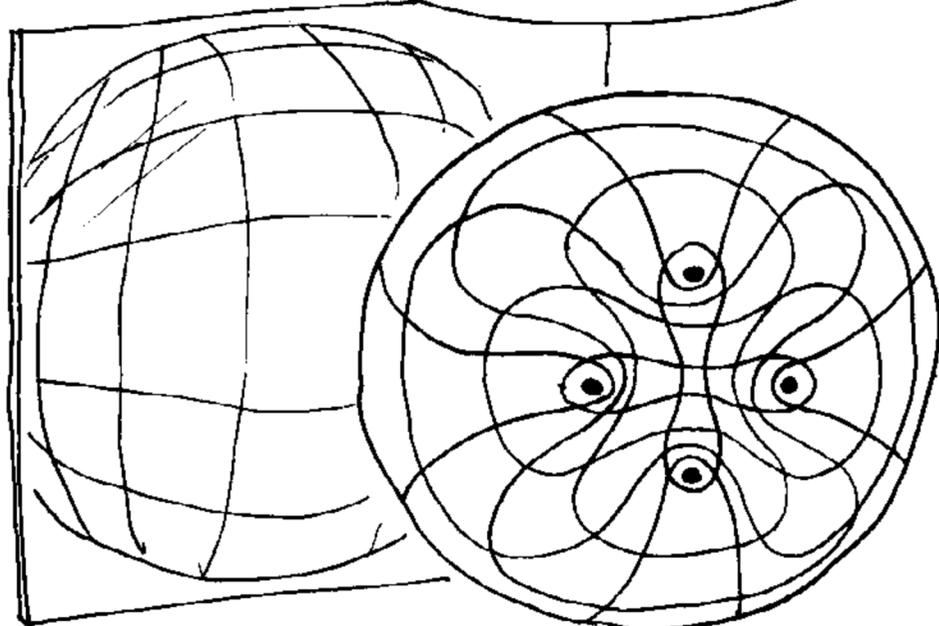
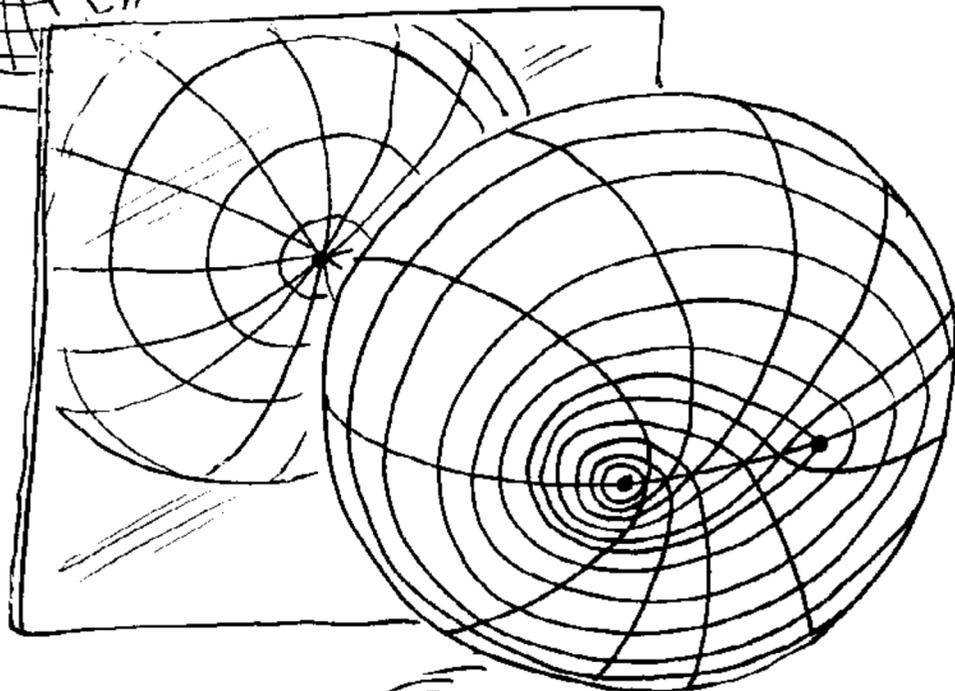
Se puede reticular un TORO sin singularidades. Está claro: su característica de Euler-Poincaré es nula.



Aquí vemos una esfera reticulada con ocho singularidades de orden $1/4$...



O con una singularidad $3/4$, una de orden $1/4$ y un POLO...



O con cuatro singularidades de orden $1/2$.

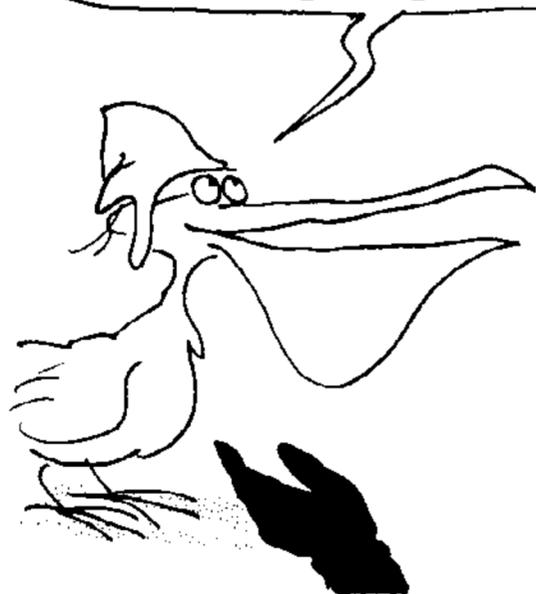


Nota:

El lector que haya leído "LE TROU NOIR" (ediciones BELIN) en las páginas de la 14 a la 36, sin duda habrá notado la semejanza entre los dibujos de las singularidades de reticulado y las que se hablaba, en esa obra, en los POSICONOS, en los NEGACONOS y en la curvatura. Todas estas nociones, esencialmente ANGULARES, están estrechamente ligadas a la CURVATURA TOTAL de una superficie, representada en nuestro espacio tridimensional, que es precisamente igual a la característica de Euler-Poincaré, multiplicada por 360° (o por 2π).

La Dirección

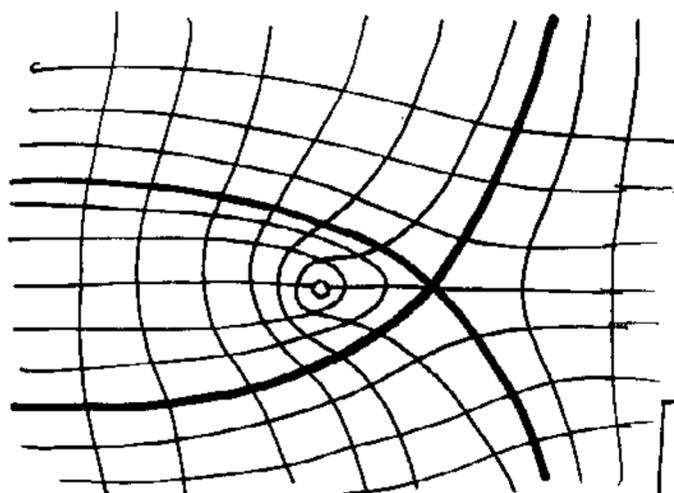
Lástima que esas cosas no sirvan estrictamente para nada, como el griego o el latín.



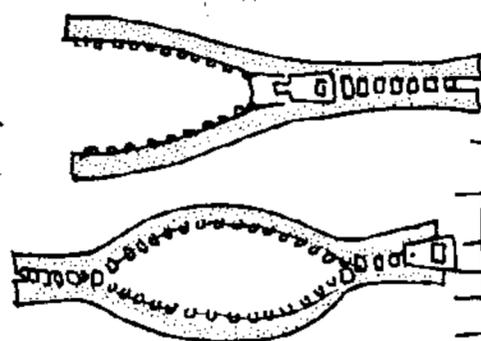
¡En absoluto León!
la naturaleza está
llena de
singularidades!



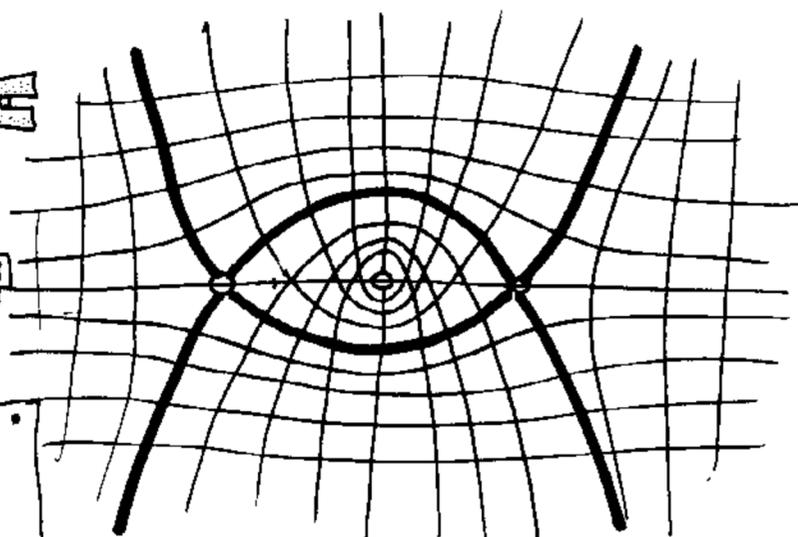
Pero, ¿dónde?



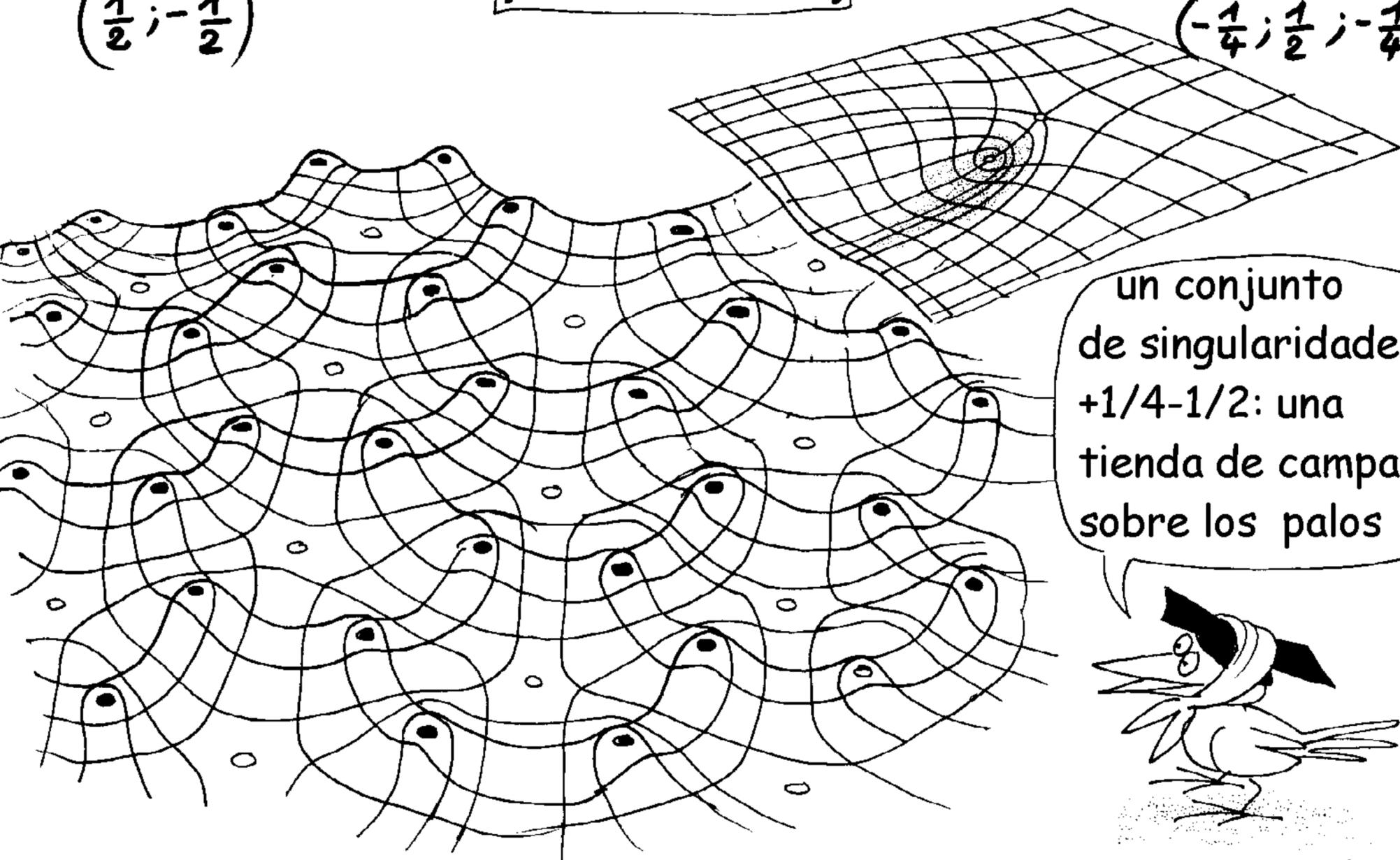
$$\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$



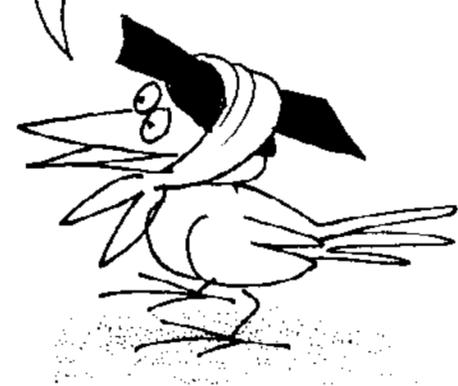
desencajar
una cremallera



$$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$



un conjunto
de singularidades
 $+1/4-1/2$: una
tienda de campaña
sobre los palos

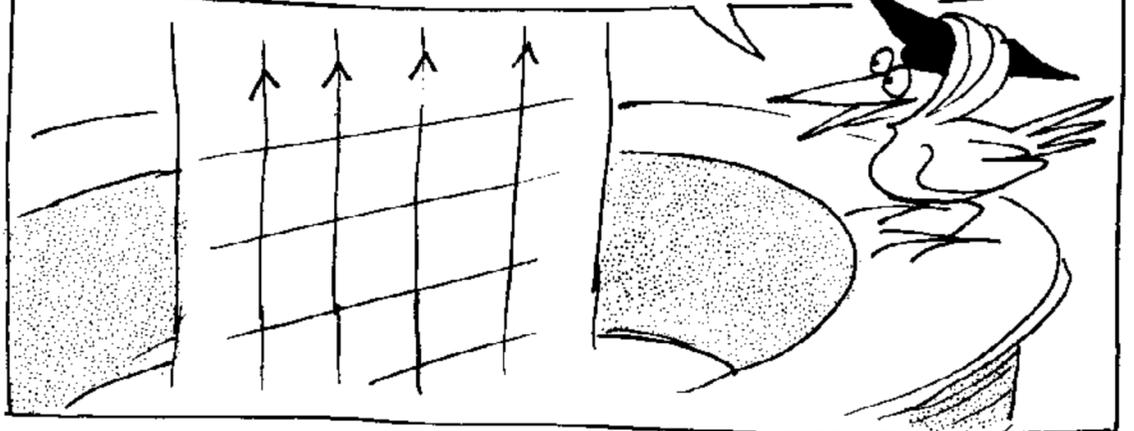


entonces ¿usted
qué fabrica?

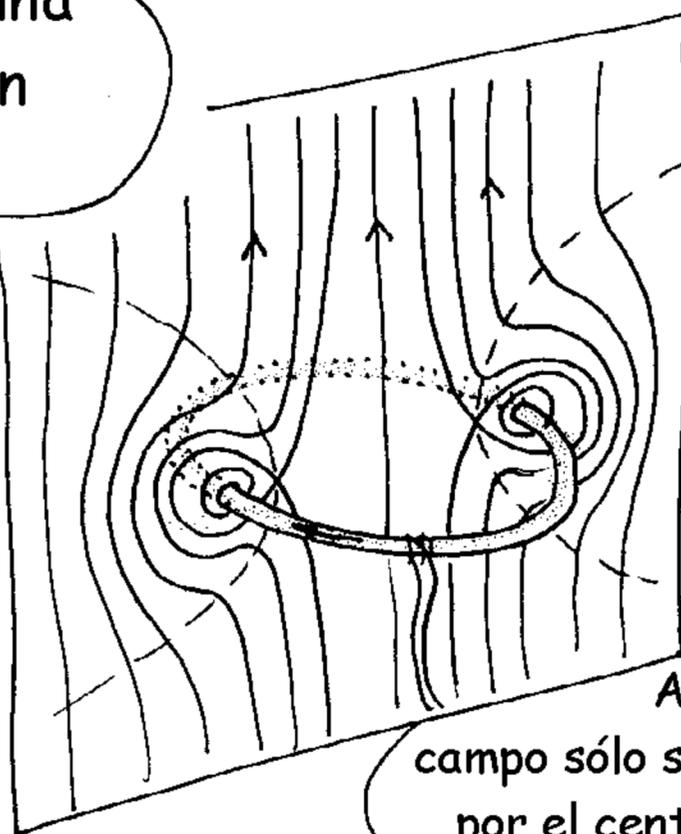
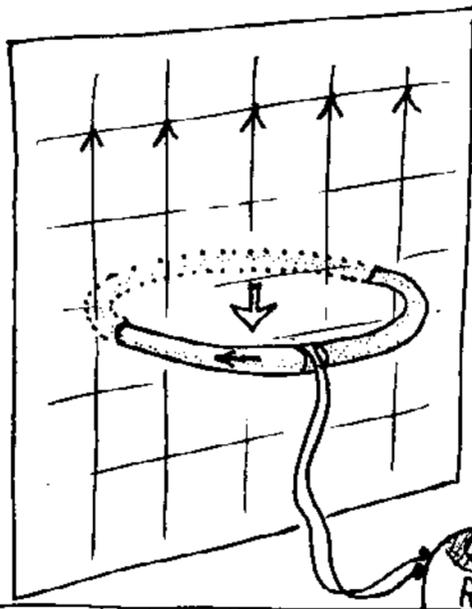


CAMPOS MAGNÉTICOS

Este sistema crea un campo
magnético UNIFORME y las líneas
de campo son entonces simples
rectas paralelas



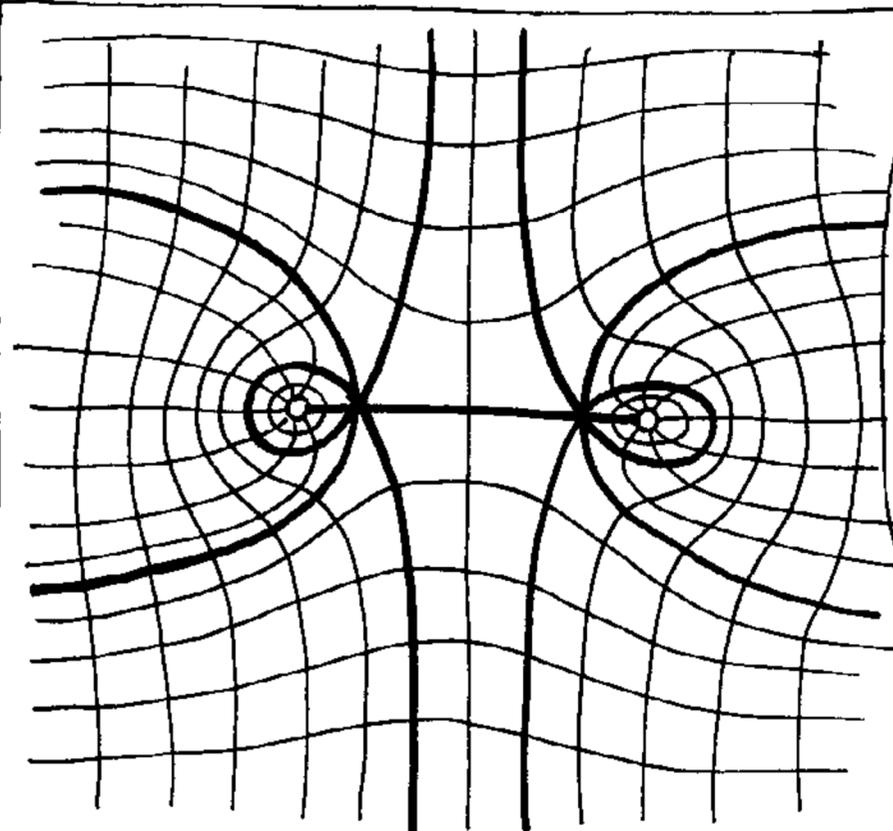
entonces coloco en ese campo una
espira que creará en su centro un
campo de sentido opuesto



¡Contacto!

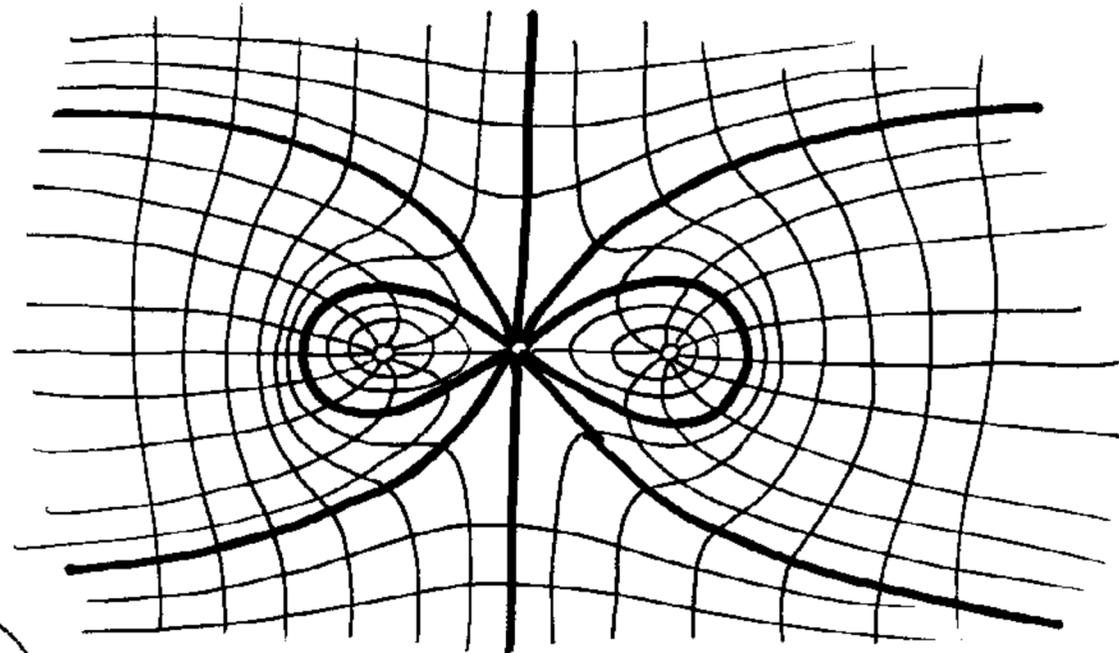
Aquí el
campo sólo se ha debilitado
por el centro

¡Ostras! has hecho aparecer
dos POLOS (las marcas del
solenoides en el plano de la figura)
y dos singularidades de orden
-1. La suma sigue siendo cero. Las
singularidades negativas aparecen
donde el campo B se anula.

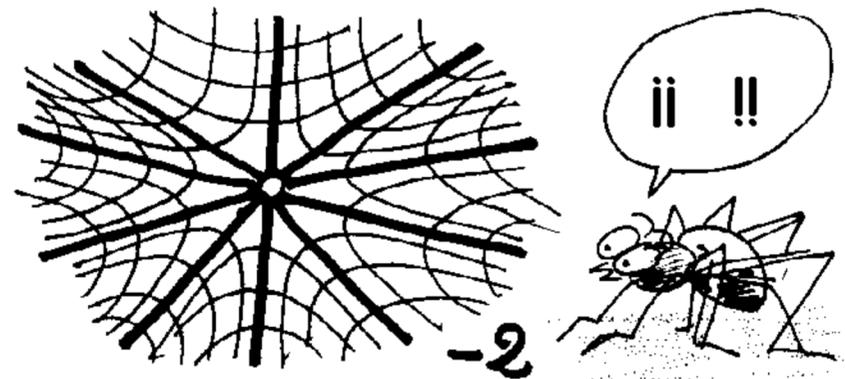


De hecho el sistema tiene simetría de revolución y nos proporciona un ejemplo de reticulado con las líneas de la singularidad.

Ahora montaré la corriente de modo que se anule el valor del campo magnético en el centro del solenoide



los dos puntos de campo nulo, en el plano de la figura ahora se han fundido en uno sólo, de orden -2 (ejemplo de CONFLUENCIAS DE SINGULARIDADES)



Este trasto es divertido. ¿Volvemos a aumentar el campo?

Esto ¿no puede volverse peligroso?

¿qué es lo que temes, León?
que hayamos creado alteraciones
irreversibles en el espacio-tiempo?
Amigo mío, si sólo son cien gauss ...

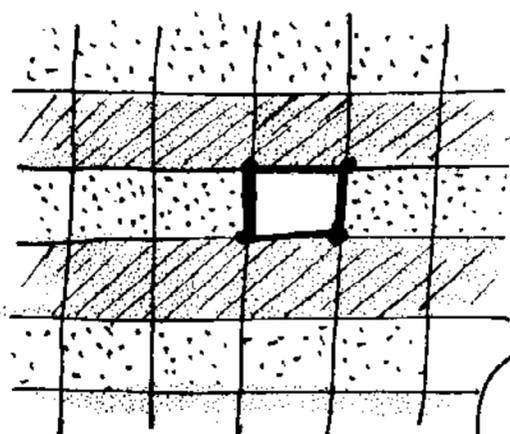
¡Desde "LE MUR DU
SILENCE", León ha
desarrollado una verdadera
fijación con los campos
magnéticos!

¡Soberbio!

El campo magnético B
se ha invertido en el centro
de la espira. La singularidad
se ha desdoblado en dos
singularidades de orden -1 .
Hemos creado un VÓRTICE
magnético con geometría
tórica.

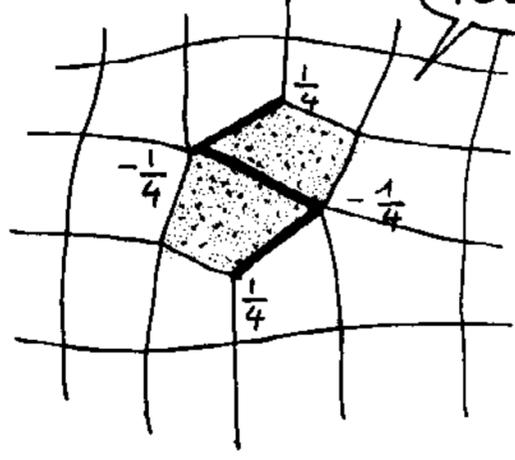
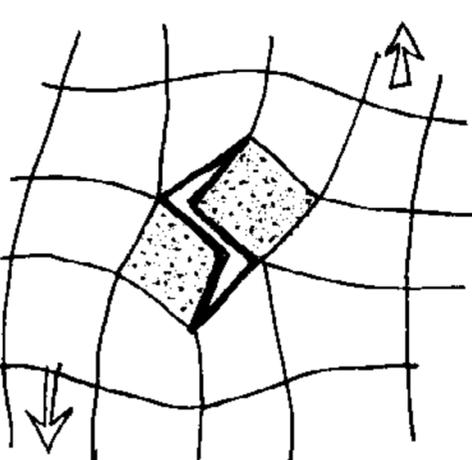
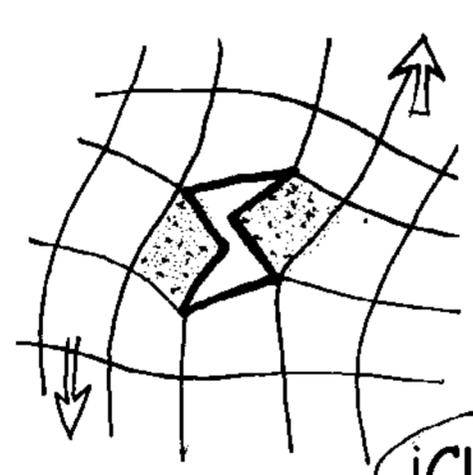
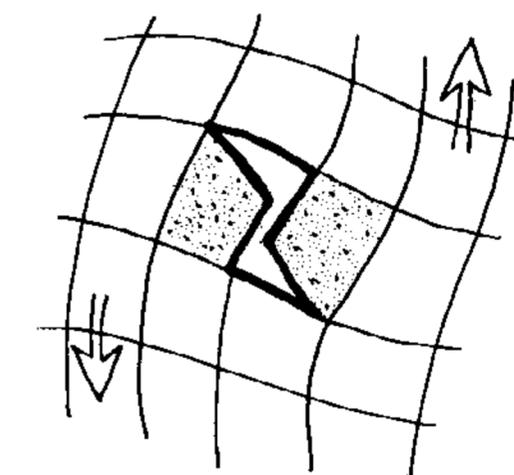
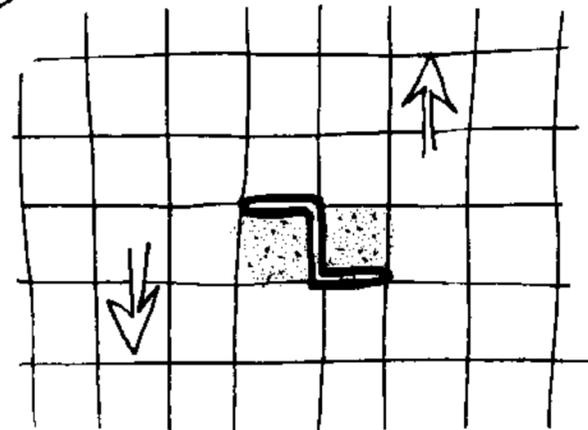
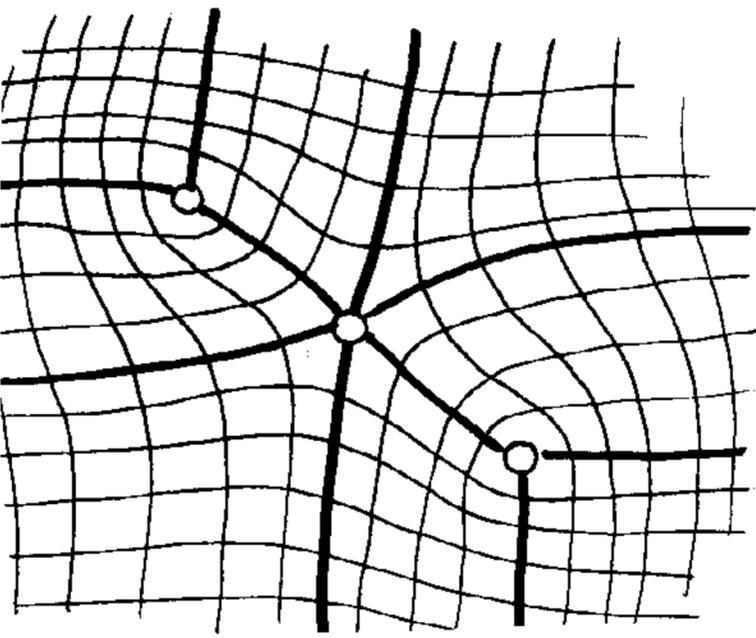
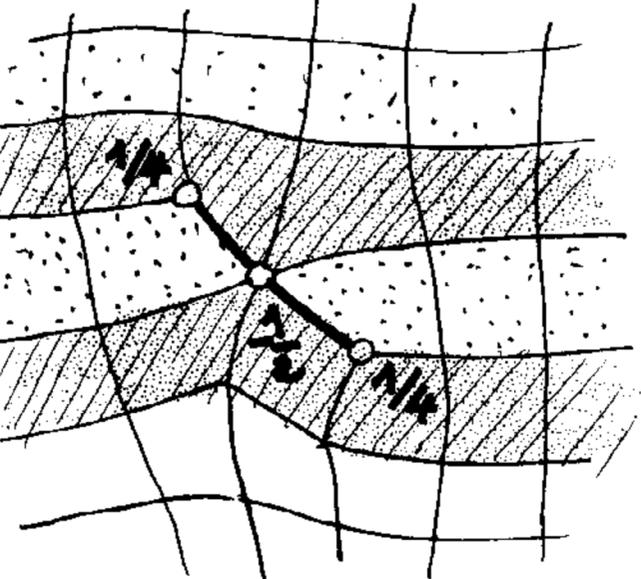
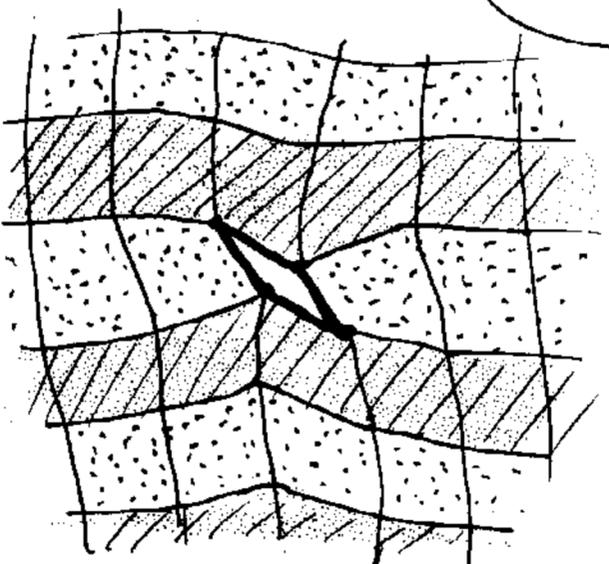
las retículas, las singularidades
aparecen en todos los
campos de la física ...

los CRISTALES son minas de singularidades. Si en este cristal plano de malla cuadrada se crea un DEFECTO quitando un elemento, el cubrimiento del vacío se hará al precio de una singularidad $-1/2$ y de dos singularidades $1/4$

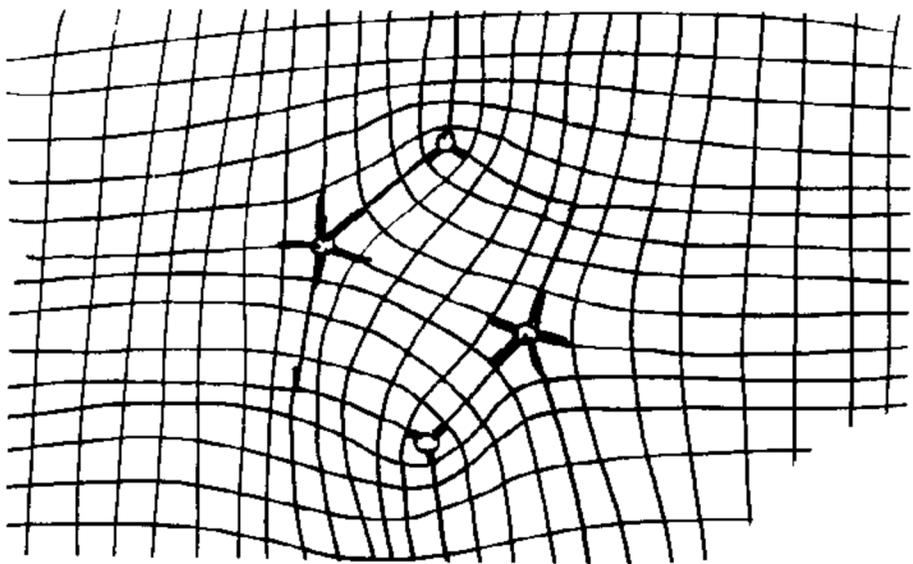


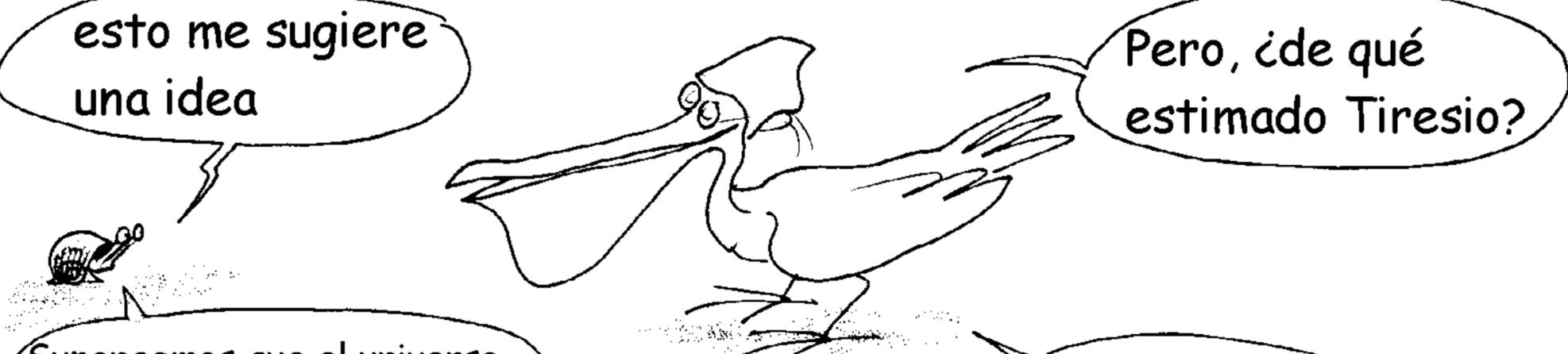
quito un cuadrado ...

Aquí un esfuerzo de CIZALLA provoca un realineamiento en la malla plana al precio dos singularidades de orden $1/4$ y dos singularidades de orden $-1/4$



¡CLOP!





esto me sugiere una idea

Pero, ¿de qué estimado Tiresio?

Supongamos que el universo sea una especie de ...

¿de cristal?

si el universo estuviera hecho de una especie de casillas, las **PARTÍCULAS ELEMENTALES** podrían ser defectos, dislocaciones o combinaciones de singularidades de **ADOQUINADO** (*). El movimiento o las interacciones corresponderían a realineamientos de todo esto ...



¡Una bella idea!
para una idea bella.

yo ... eh ...

(*) EL ENREJADO se refiere a los objetos de 2 dimensiones.

EL ADOQUINADO es su equivalente, pero para un número de dimensiones superior

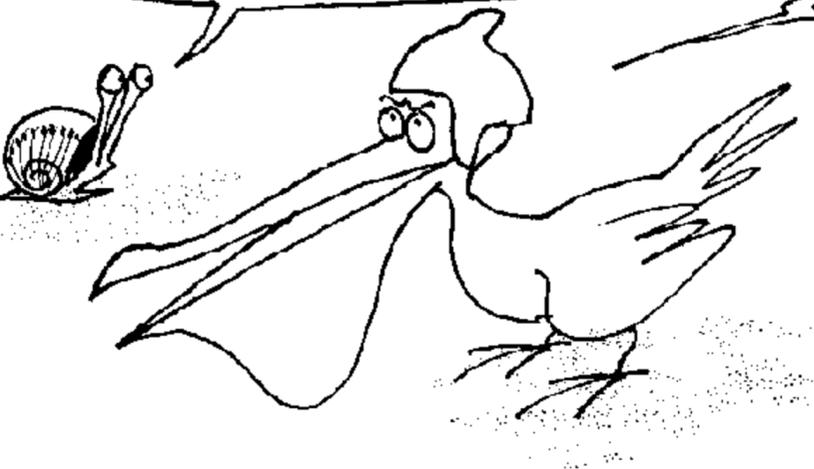
Lo que sigue se ilustrará con la ayuda de las hojas de DIBUJOS ANIMADOS marcadas con las letras A, B, C, D

La Dirección

LA SUPERFICIE DE BOY

Bien, estamos muy divertidos, pero mientras tanto el pobre Amundsen todavía está metido en ese berenjenal ...

¡Y todavía no sabemos cómo es este extravagante planeta sin Polo Sur!



Escuchad ... para que tenga sólo un polo, es necesario que su característica de Euler-Poincaré sea igual a 1. Por otra parte parece que sea UNILÁTERA ...

A

TRANSFORMACIÓN DE LA BANDA DE MÖBIUS EN LA SUPERFICIE DE BOY

B

IDEM:
BORDE DE CURVA
Y CONJUNTO DE
AUTO-INTERSECCIÓN

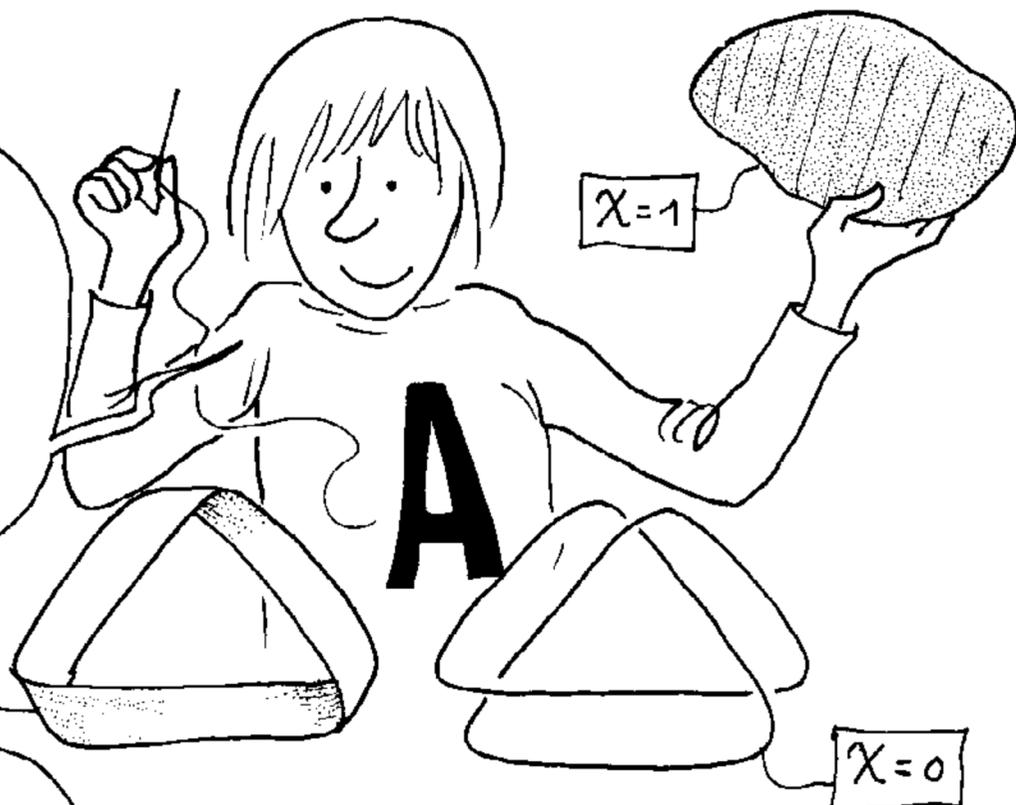
C

CONJUNCIÓN DE
LOS PUNTOS
ANTIPODALES

D

INVERSIÓN
APARENTE
DEL TIEMPO

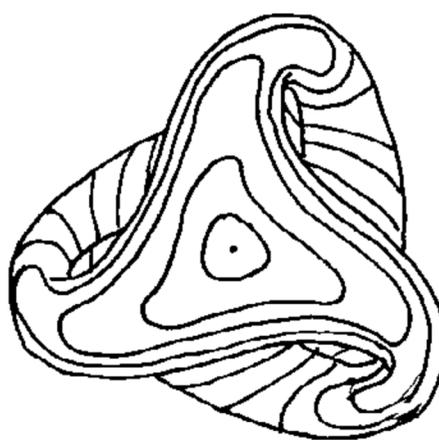
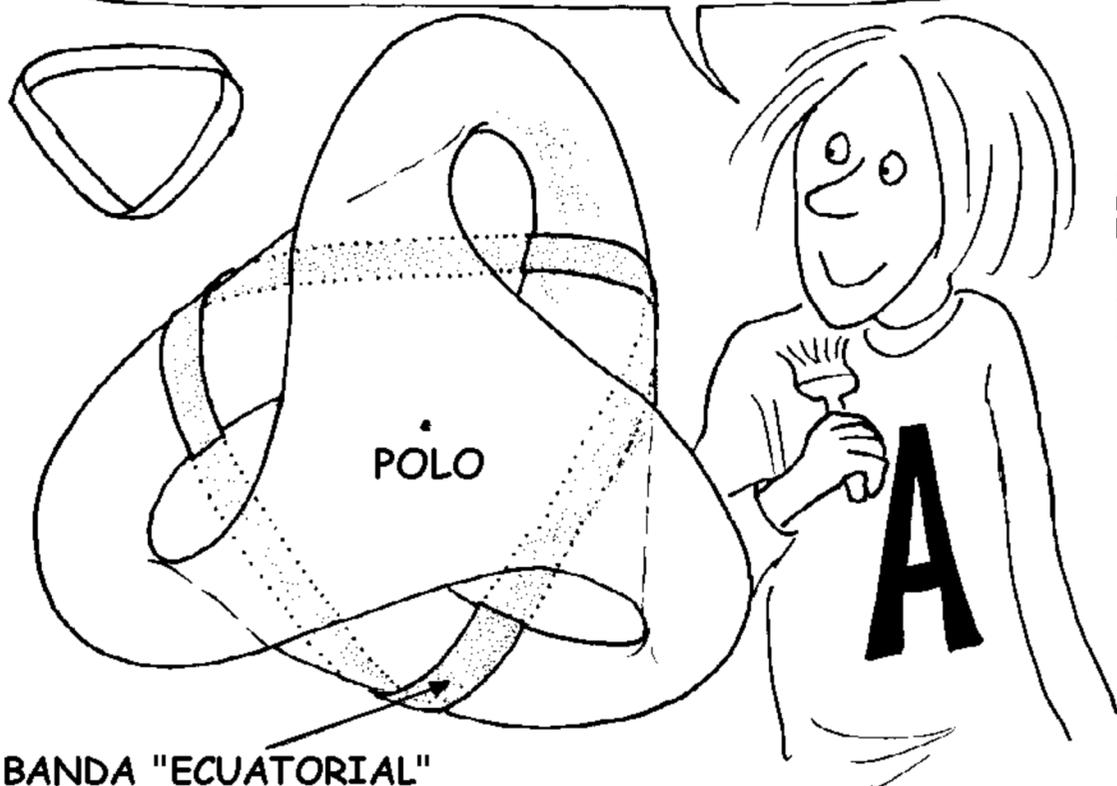
Una banda de Möbius tiene característica nula. Yo podría coserla a lo largo de una curva cerrada, que también tiene característica cero, por ejemplo el borde de un disco ...



El conjunto resultante tendría característica unitaria y sería una superficie cerrada de una sola cara. Pero en vez de coser, ¿por qué no utilizar la TRAVERSINA?



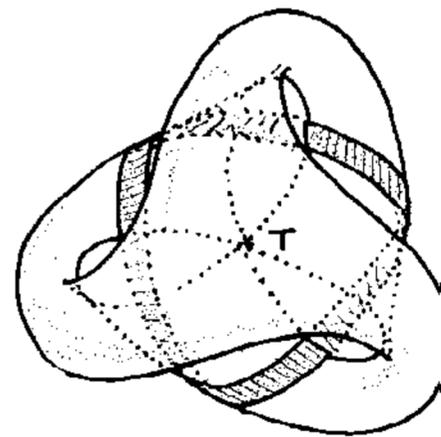
La historia de la banda de Möbius que se transforma en la superficie de BOY se puede ver en los dibujos animados A y B. Aquí tenemos el resultado final:



Acá las "PARALELAS" de la superficie de BOY. También son la evolución del BORDE de la banda de Möbius siguiendo la secuencia A



es un trabajo de CESTERÍA, León Tan sólo hay que prolongar los "meridianos" de la banda de Möbius llevádoslos hasta el fondo del cesto, hasta el polo.

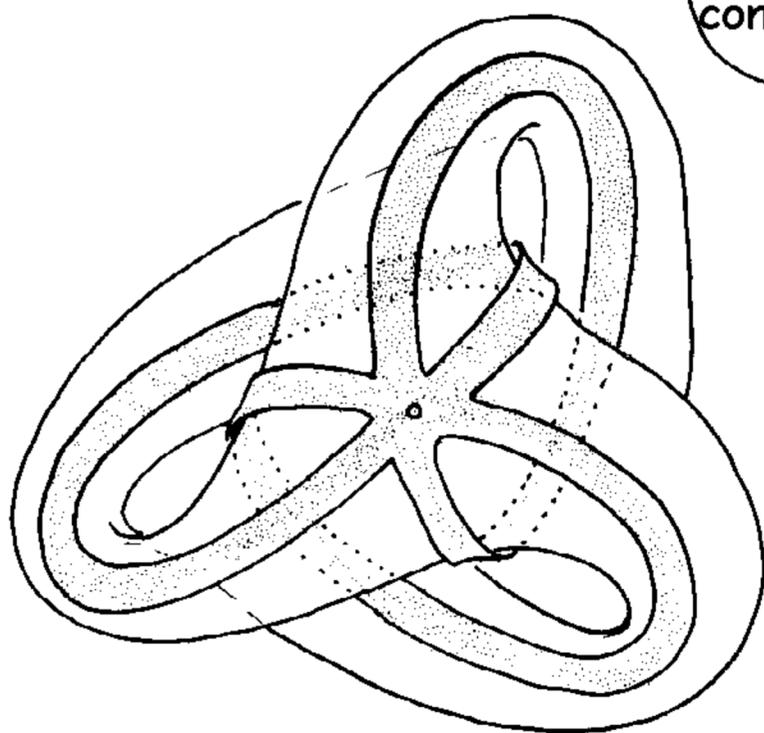
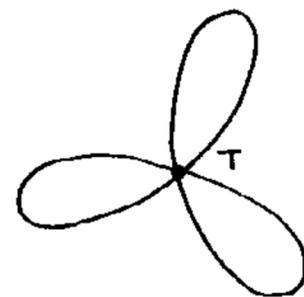


SUPERFICIE DE BOY CON LA BANDA DE MÖBIUS INICIAL

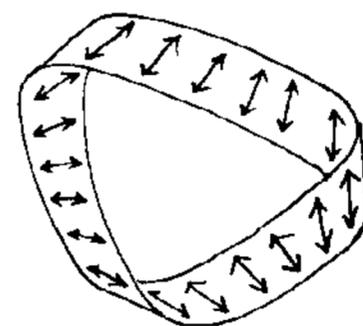
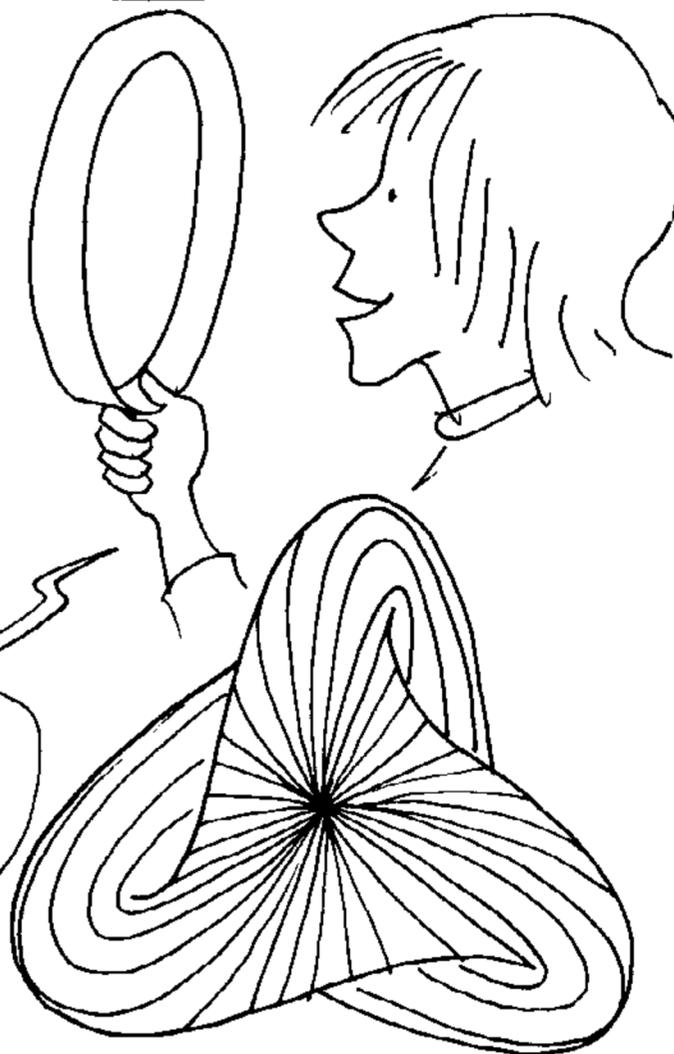


MERIDIANO

dicho de otro modo, hay que unir los tallos libres de la banda de Möbius con los del "fondo del cesto"

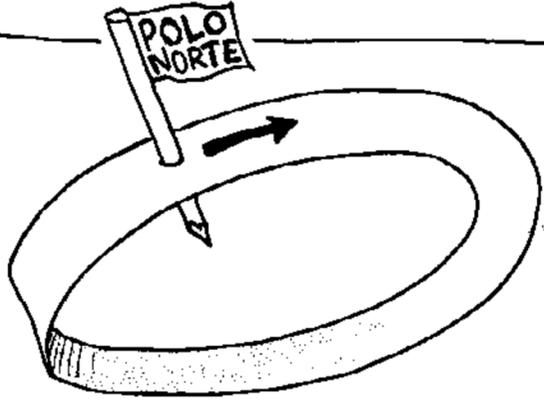


los ENTORNOS de estos "meridianos" son bandas de Möbius con un semigiro.



EL PRIMER MODELO DE LA SUPERFICIE DE BOY CON EL CONJUNTO DE SUS "MERIDIANOS" + "PARALELOS" HA SIDO DISEÑADO POR EL AUTOR. UNA BELLA MAQUETA REALIZADA POR EL ESCULTOR MAX SAUZE SE PUEDE CONTEMPLAR EN LA "SALA π " DEL "PALAIS DE LA DÉCOUVERTE" DE PARÍS

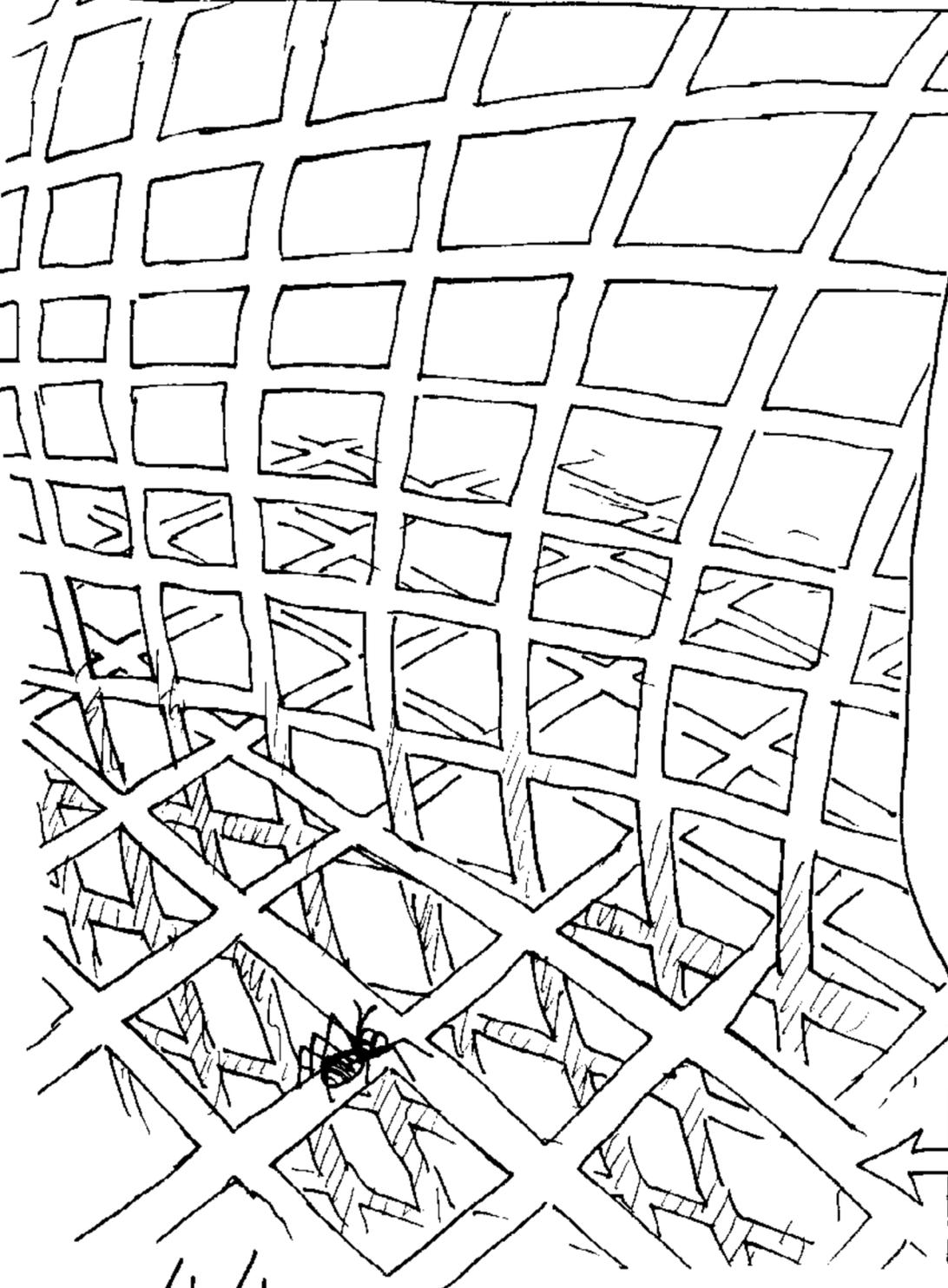
Nosotros caminamos por una de esas bandas cuando, saliendo del "POLO NORTE", nos encaminamos a buscar el "POLO SUR".



Y sin lugar a dudas nos dimos de bruces con la punta de la piqueta de Perry!



Pero si hemos caminado sobre una superficie de Boy, ¿cómo se entiende que hayamos visto las zonas de auto-intersección?



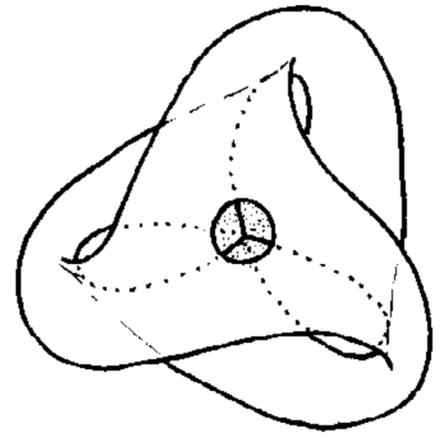
Ya sabes que esta IMAGEN de auto-intersección no es más que un efecto de la inmersión de la SUPERFICIE DE BOY en el ESPACIO DE REPRESENTACIÓN TRIDIMENSIONAL. De hecho la superficie de Boy y la botella de Klein EXISTEN COMO OBJETOS DE 2 DIMENSIONES INDEPENDIENTEMENTE DEL ESPACIO EN EL QUE SE LAS REPRESENTA.

Aquí vemos una buena manera de entender esta autointersección.

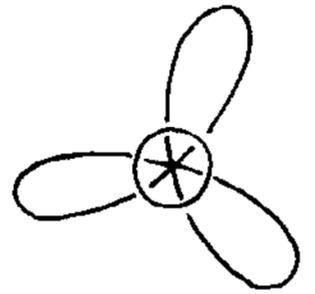
Bueno, una cosa está clara: el planeta tiene la forma de la superficie de Boy y sólo tiene un polo.

No seré yo quien anuncie eso al pobre señor Amundsen

Continúa en estado de choc.

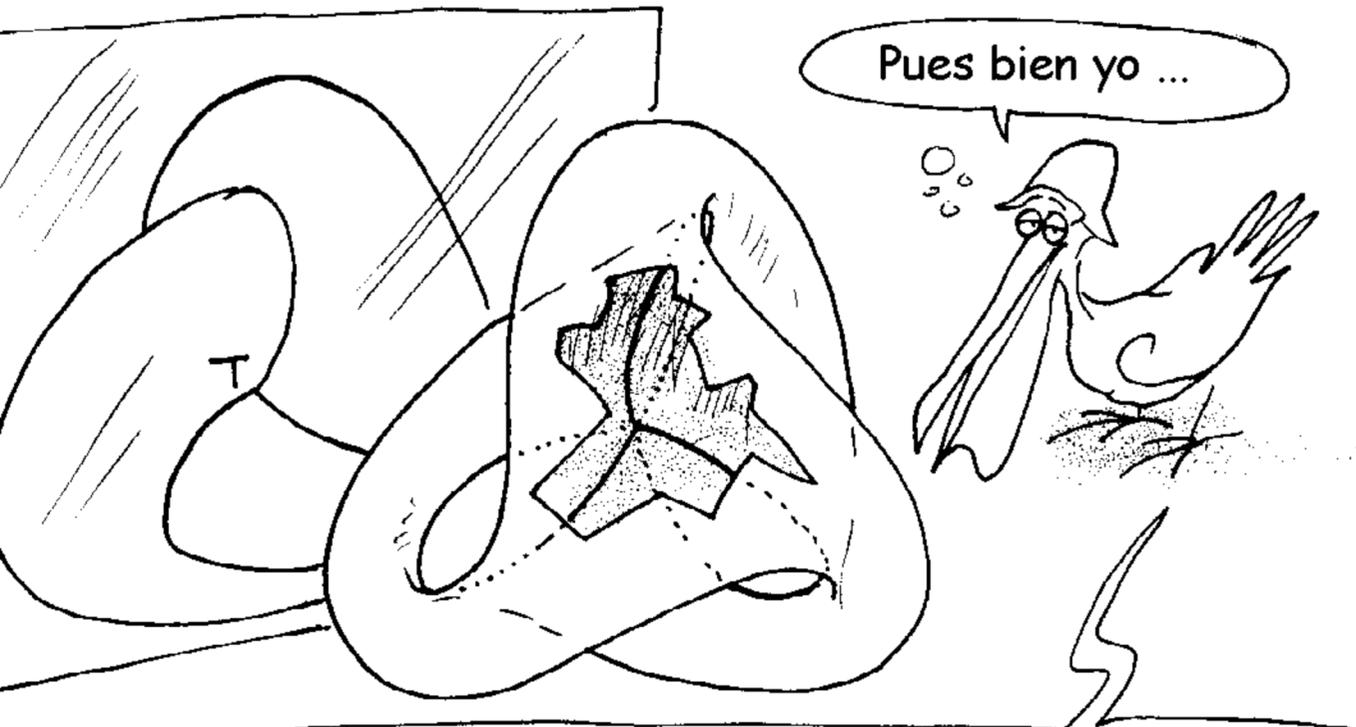


BANDA DE MÖBIUS DE BORDE CIRCULAR

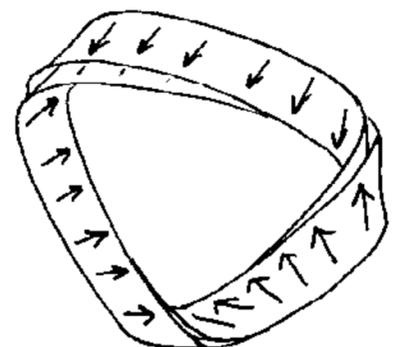
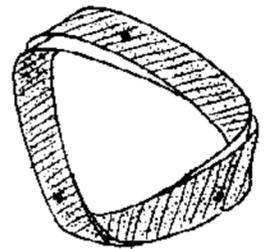


EL CUBO DE BOY

Pues bien yo ...



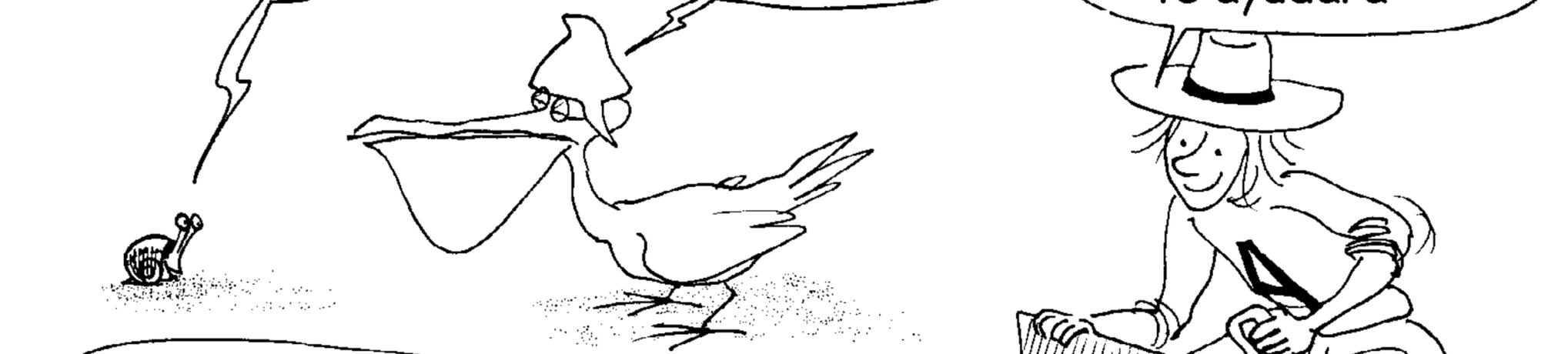
Tal vez os parezca un tanto retrasado, pero confieso que, a pesar de los dibujos, los cortes y los cambios de perspectiva, no he comprendido la superficie de Boy ...



¿Te encuentras mal por intentar comprender su topología?

¿su...?...eh ... sí eso debe ser.

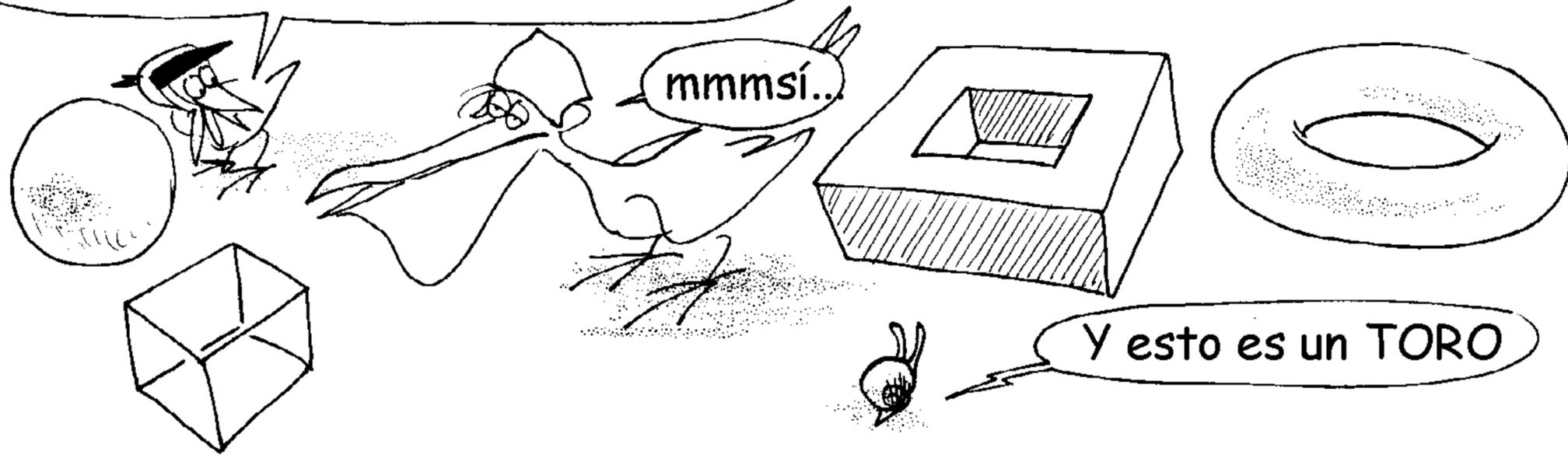
Espera León, he encontrado algo que te ayudará



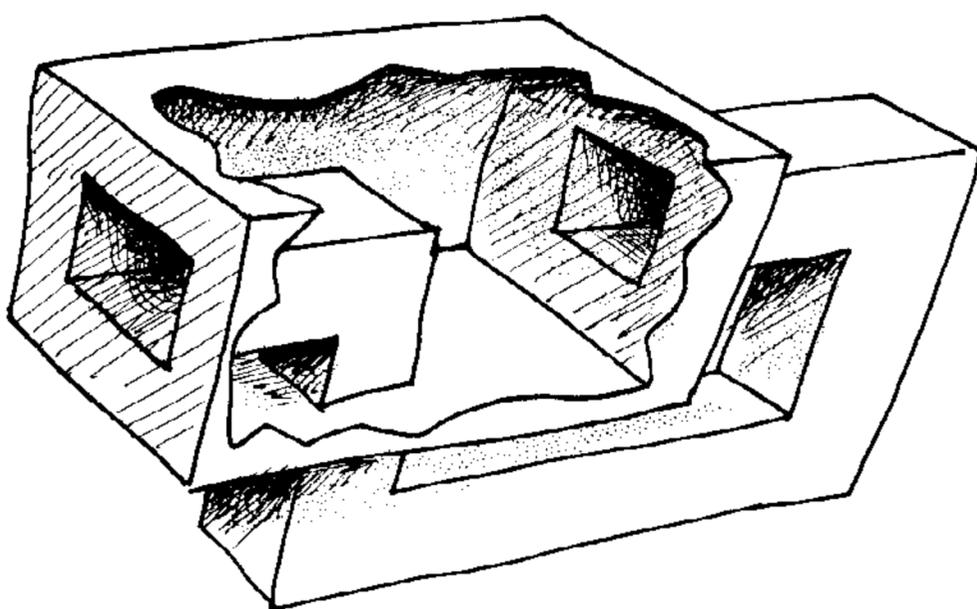
León, una esfera o un cubo son parecidos! la misma topología, la misma característica de Euler-Poincaré, la misma curvatura total.

mmmsí...

Y esto es un TORO

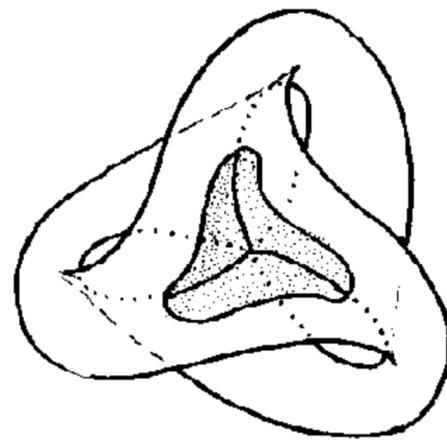
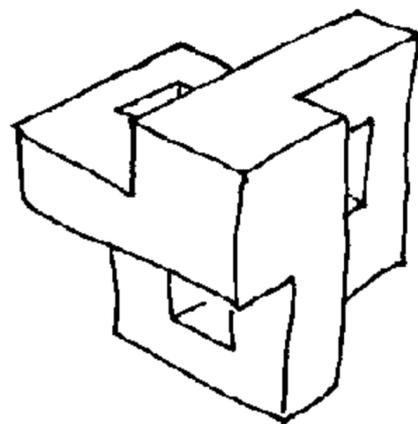
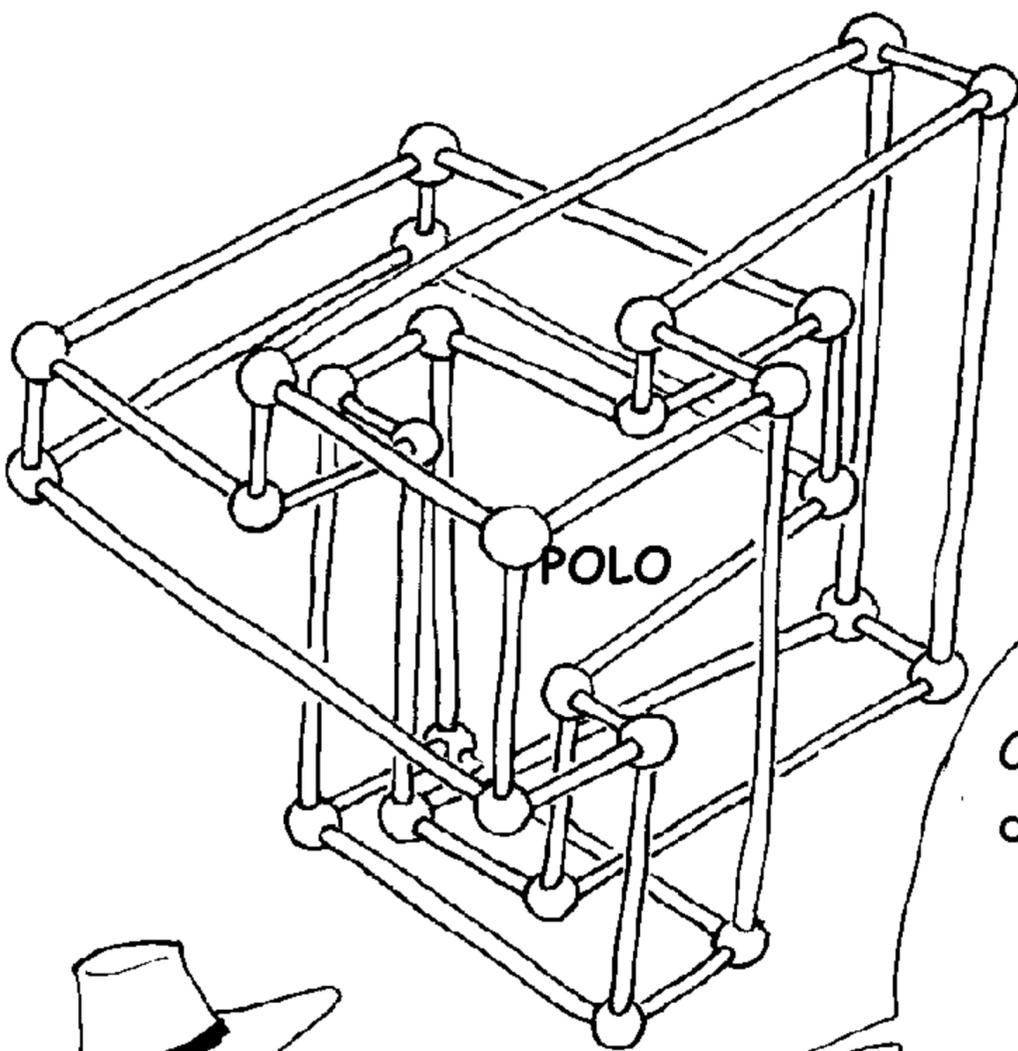


Y entonces, ¿esto es un CUBO DE KLEIN?

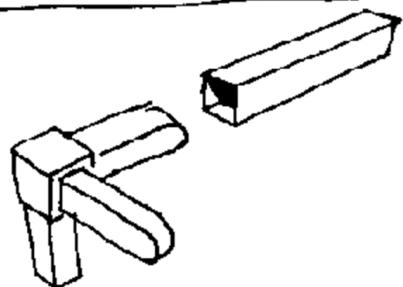
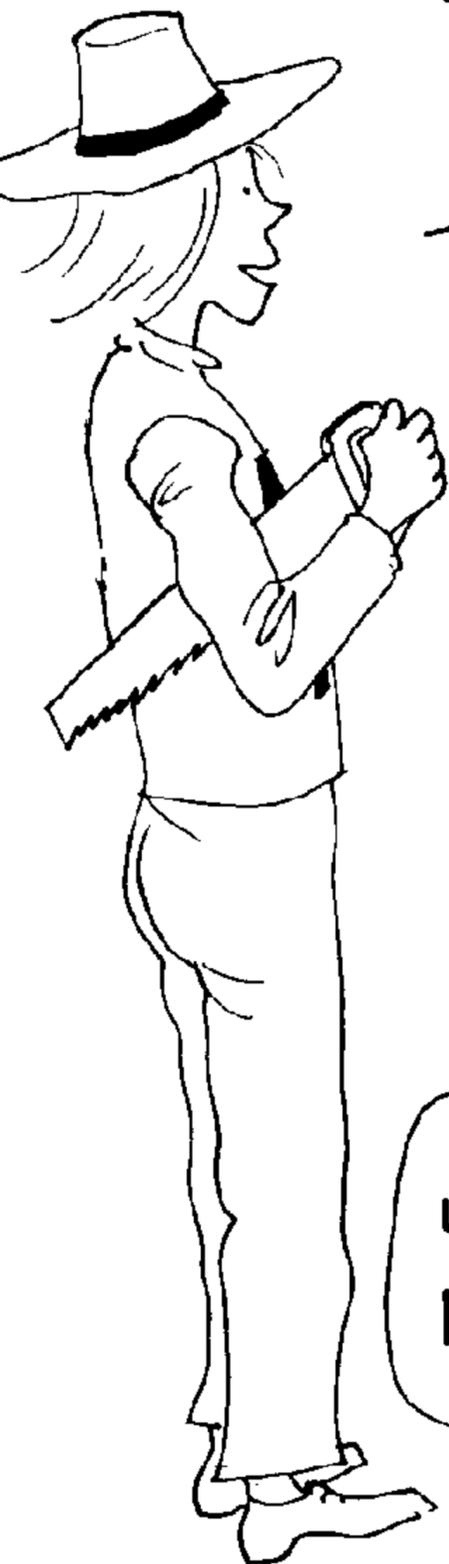


exactamente

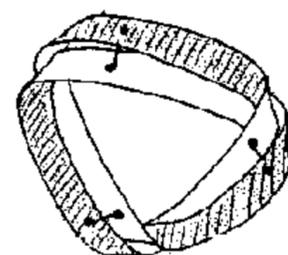




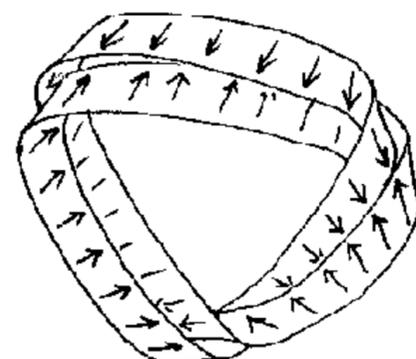
Y aquí el
CUBO de BOY
de patente Lanturlu:
28 vértices
43 aristas
16 caras
 $\chi = 28 - 43 + 16 = 1$

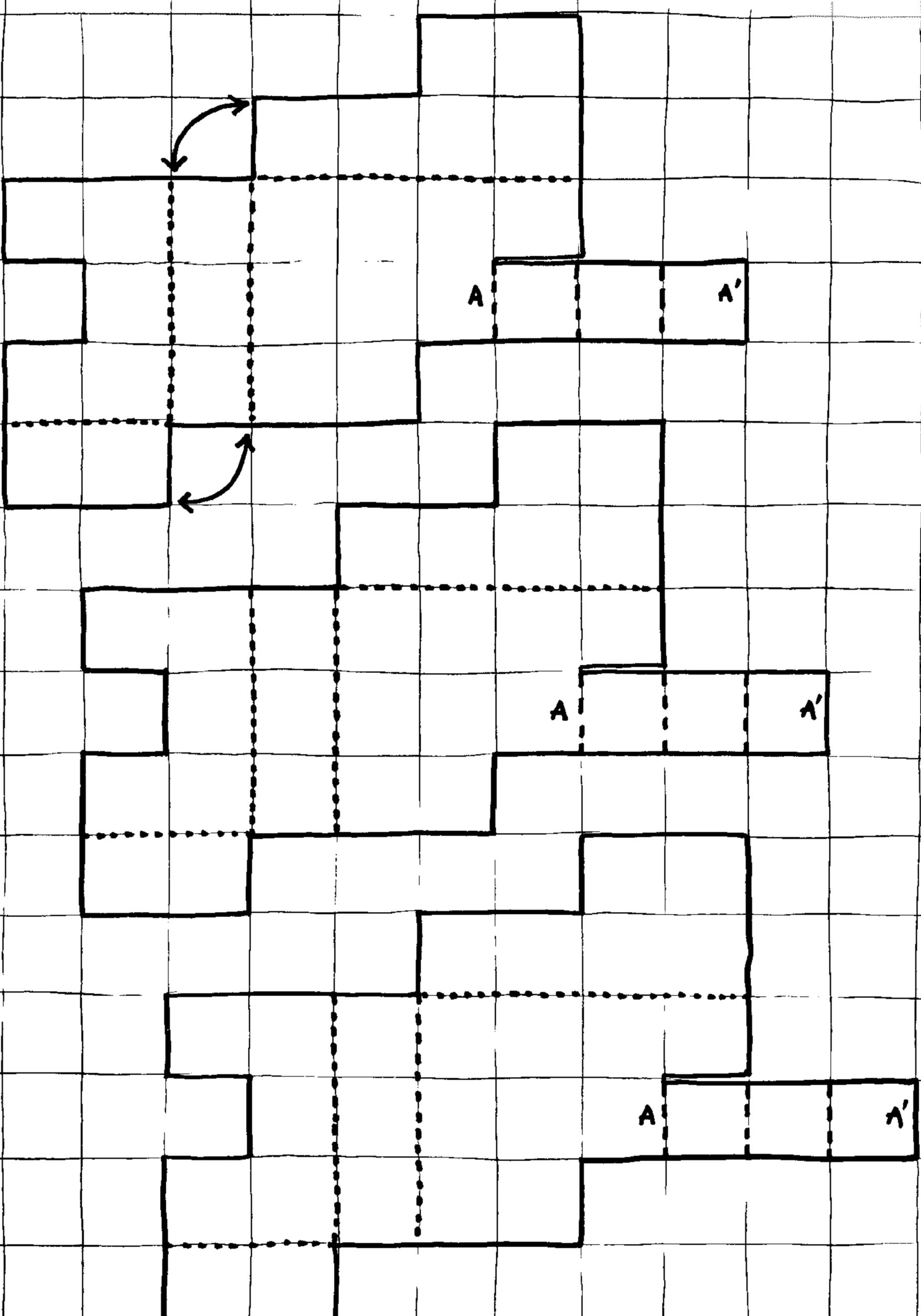


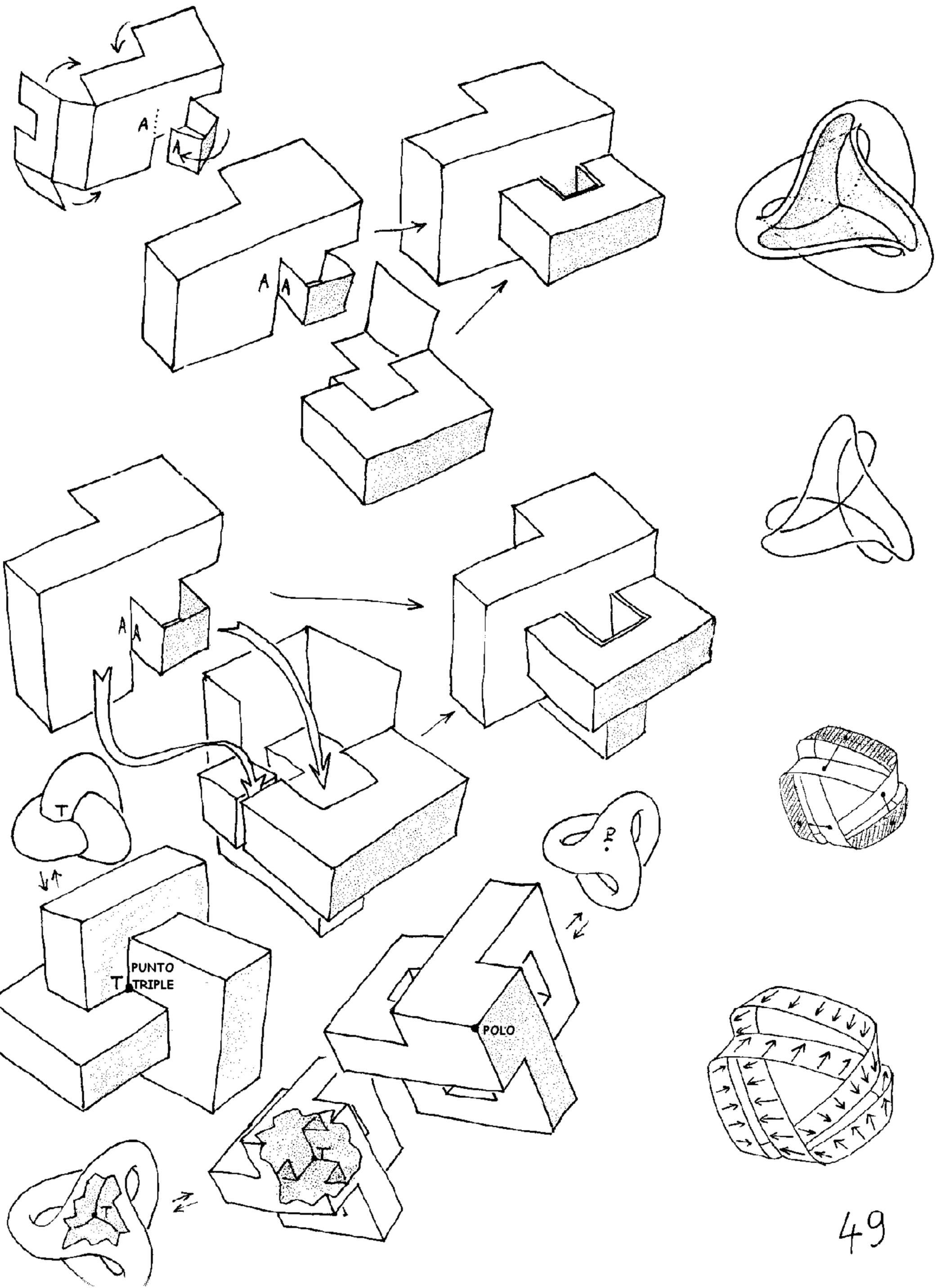
se pueden hacer preciosos
modelos con elementos
modulables REYNOLDS
(tubos cuadrados de
duraluminio y piezas en
ángulo de plástico)



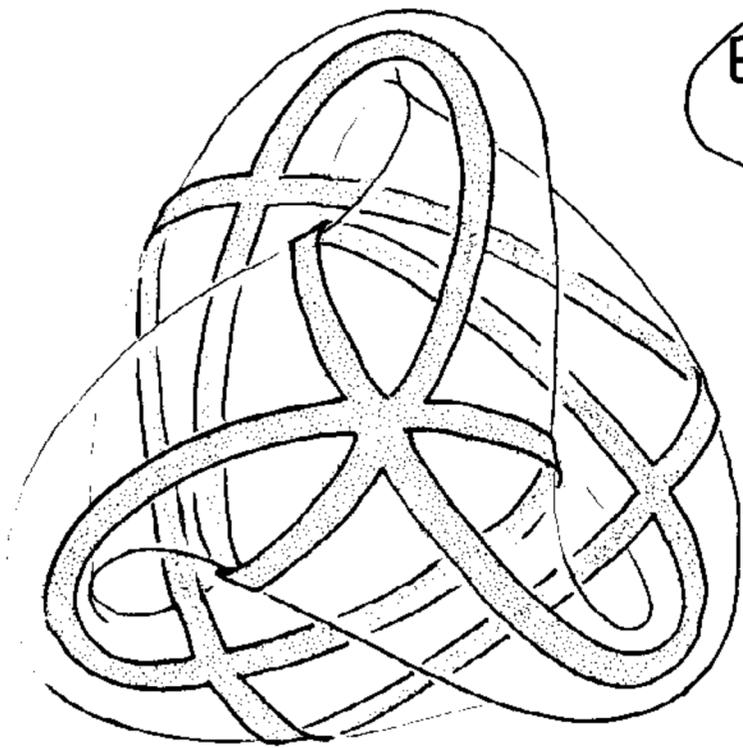
En la página siguiente,
un recortable que os
permitirá hacer vuestro
propio CUBO DE BOY







RECUBRIMIENTOS



Entonces, ¿es el final de esta historia?

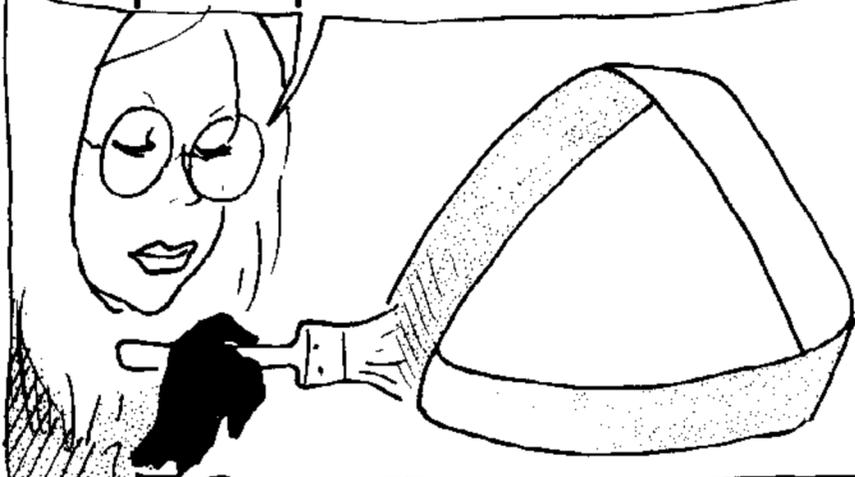
No, observo un giro imprevisto de los acontecimientos...



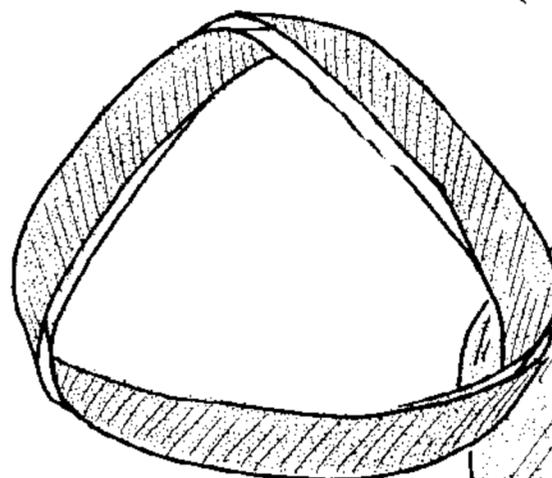
EL RECUBRIMIENTO CON ELEMENTOS DE DOS CARAS - de un objeto UNILÁTERO, INORIENTABLE es BILÁTERO, ORIENTABLE y tiene la característica doble

¿qué significa todo este argot?

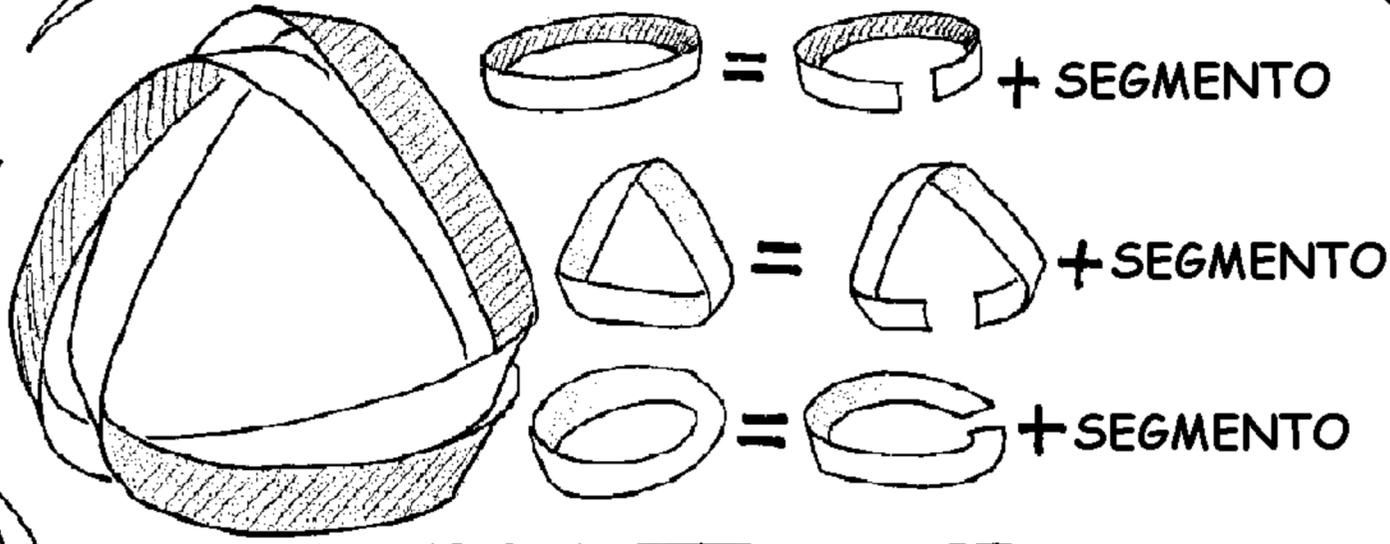
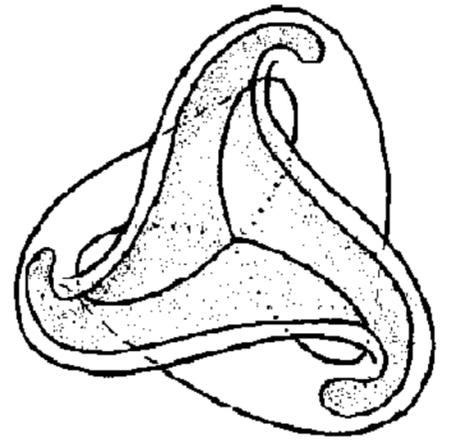
Es sencillo, cojo una banda de Möbius y la recubro de pintura sobre su ÚNICO lado, después quito la banda ...



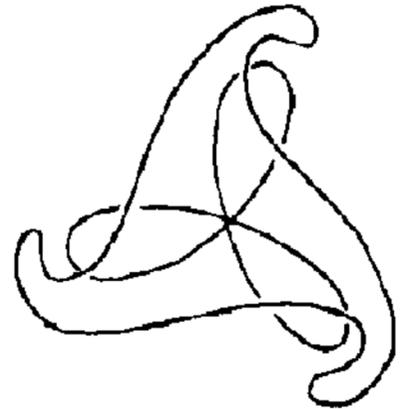
... ¡guardando sólo la pintura!



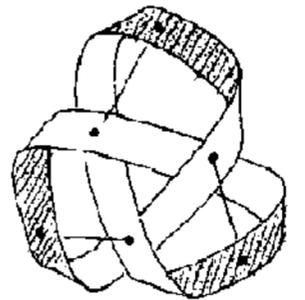
Esta nueva banda, cerrada sobre si misma, tiene dos caras, ya que una de ellas estaba en contacto con la banda de Möbius. Pero puedes explorar también la secuencia de imágenes C:



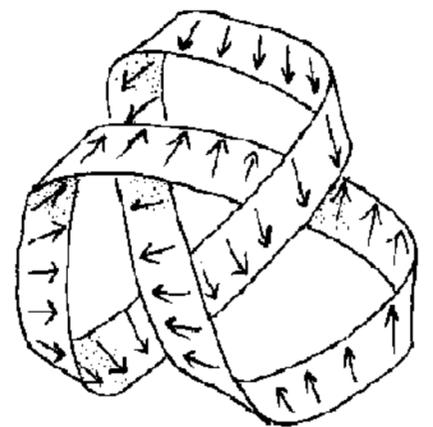
Su característica y la de la banda de Möbius son nulas.



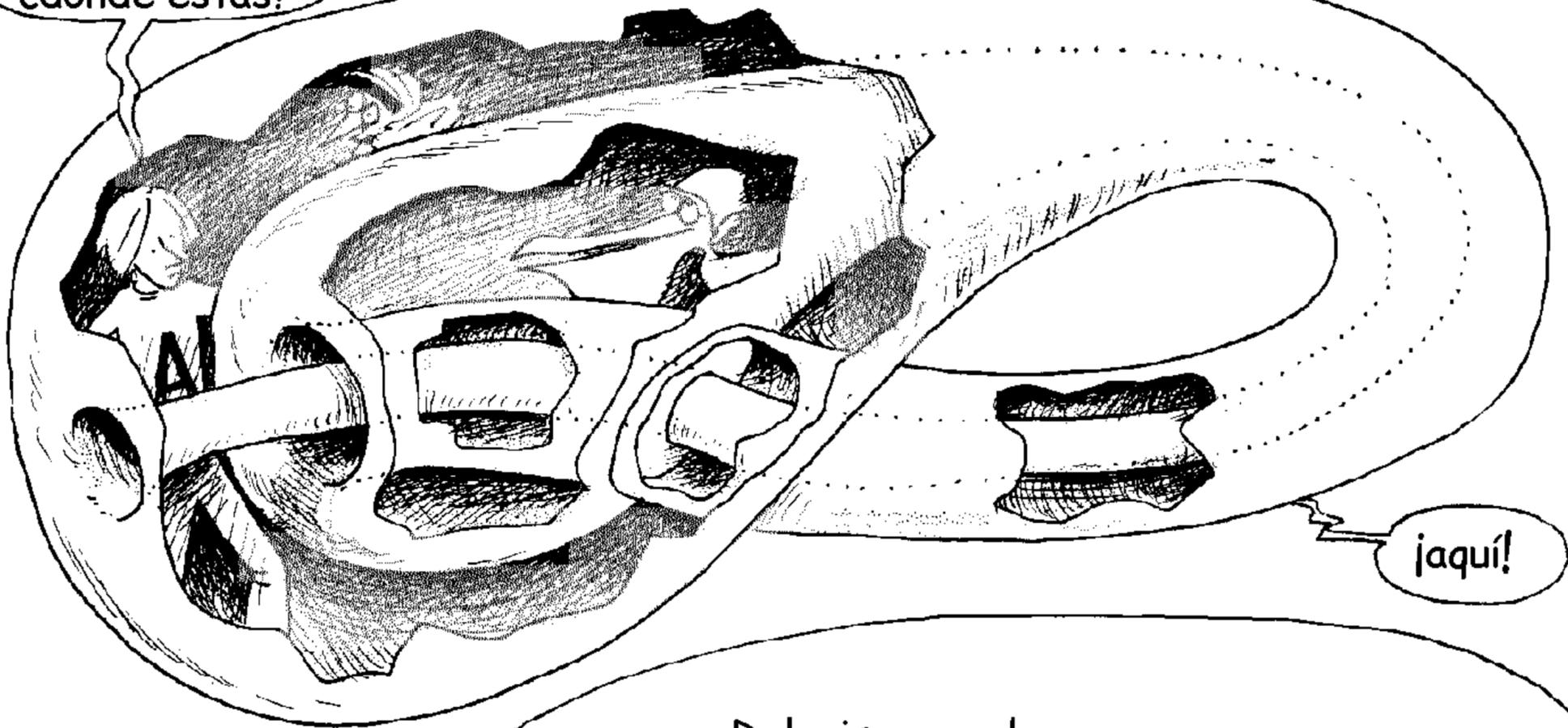
Vamos a ver ... si pinto ... una BOTELLA DE KLEIN por su ÚNICA CARA y quito la botella, conservando la pintura, obtengo una superficie CERRADA, COMPLETAMENTE REGULAR, con DOS CARAS y con una característica de Euler-Poincaré igual a $2 \times 0 = \text{cero}$.



es decir, ¡ la inmersión de un TORO !

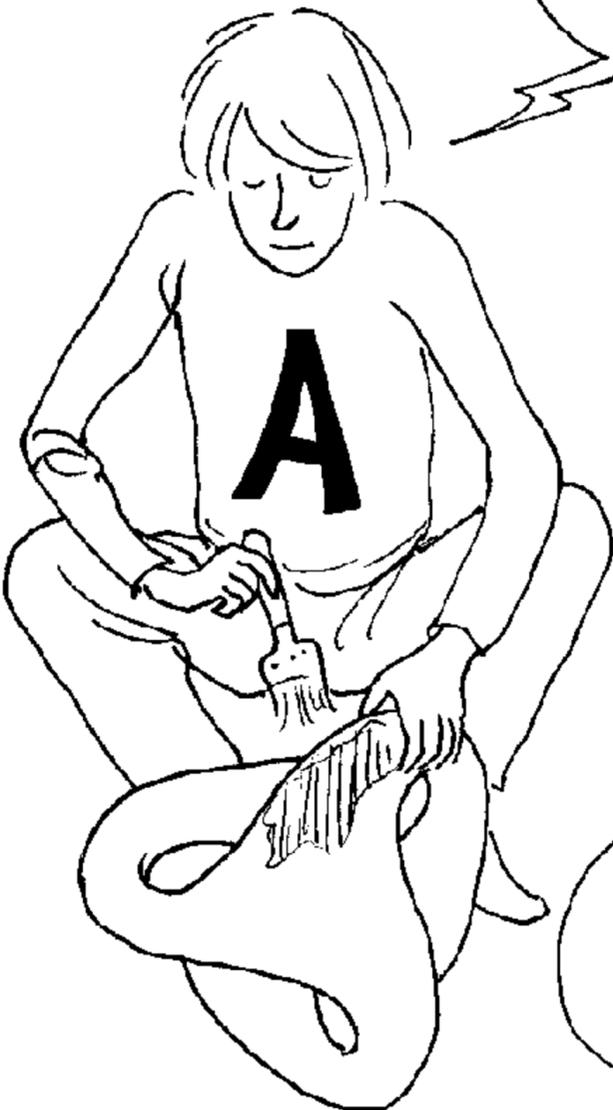


Tiresio,
¿dónde estás?



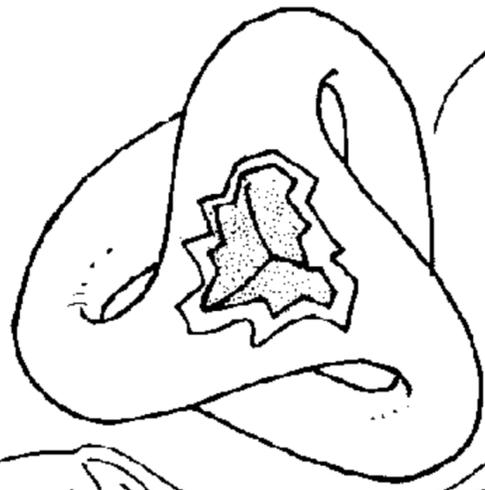
¡aquí!

Del mismo modo,
si cojo una superficie de Boy y la
embadurno de pintura, si quito la Boy
y conservo la pintura obtendré una
superficie CERRADA, COMPLETAMENTE
REGULAR, CON 2 CARAS y con una
característica de Euler-Poincaré igual a $2 \times 1 = 2$...

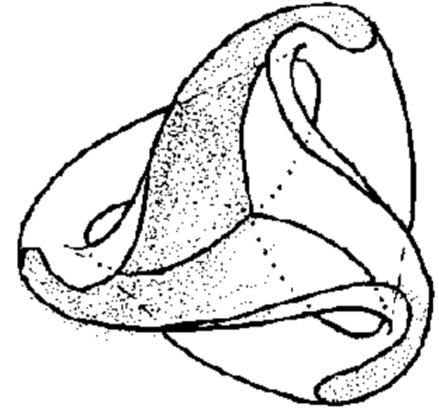


es decir, una
INMERSIÓN DE
LA ESFERA

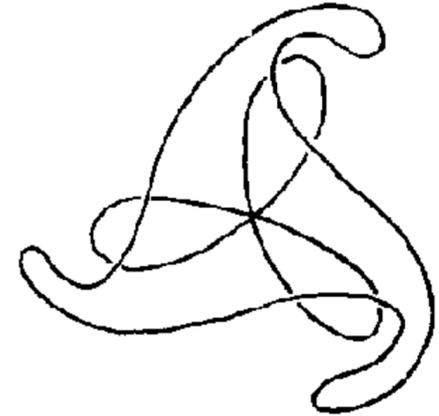




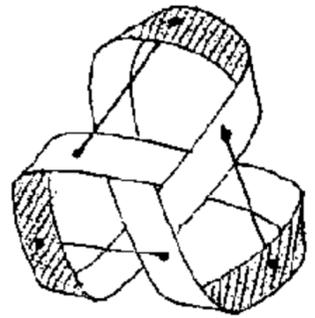
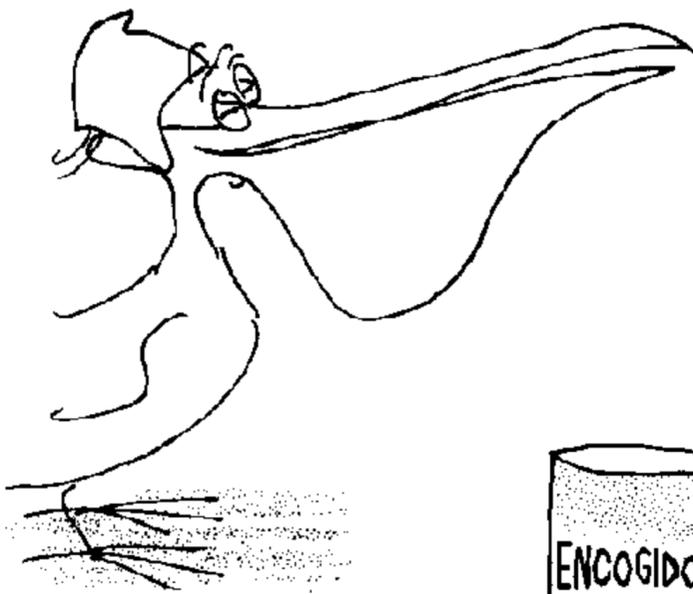
REALMENTE,
¿puedo "desplegar" esta
extraña esfera y
transformarla en una
esfera "ordinaria"?



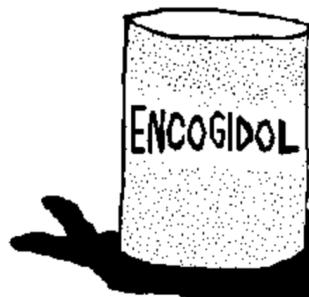
No hay problema,
se hace con la
TRAVERSINA y lo
mismo para el TORO



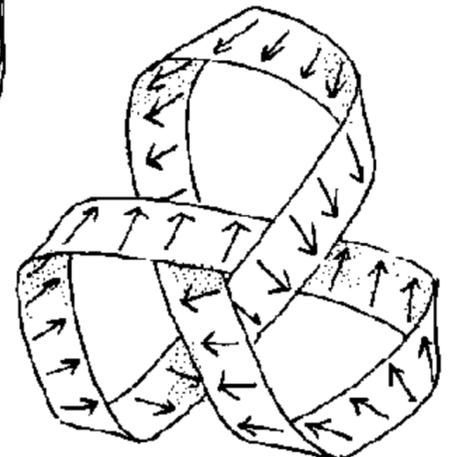
Procedamos al revés.
Supongamos que quiera "replegar"
una esfera isin hacer pliegues!

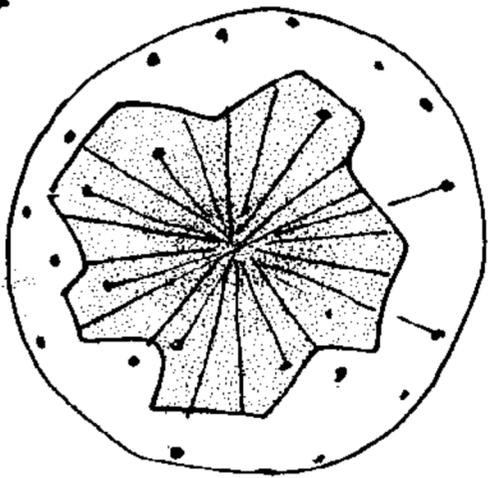


CRUCE DE
CINTAS
ACABADO



Es necesario utilizar
el ENCOGIDOL





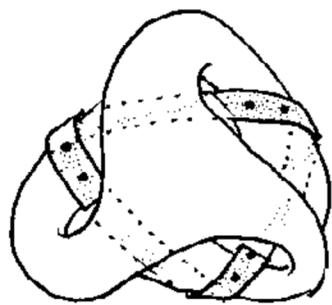
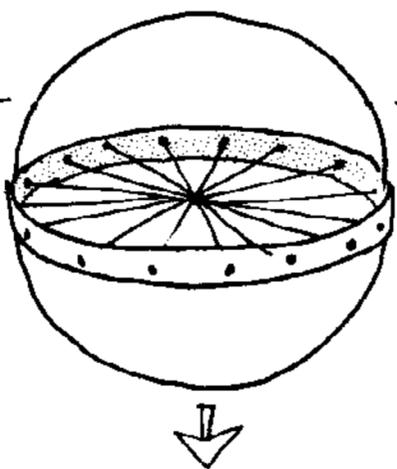
Comenzamos por unir cada punto de la esfera con su ANTÍPODA utilizando hilos mojados en el ENCOGIDOL.



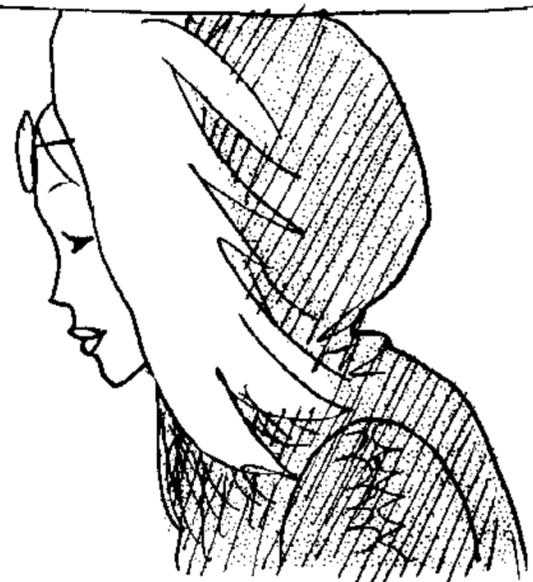
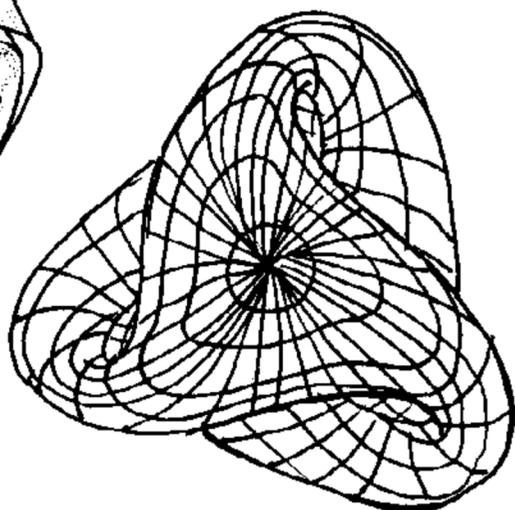
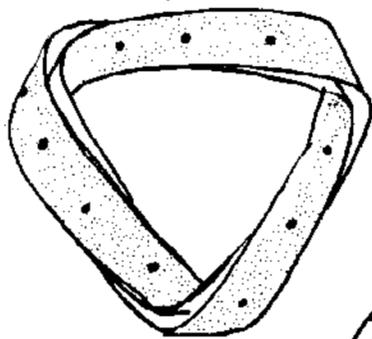
Estos hilos se contraen hasta tener longitud nula, en tanto que la superficie de la esfera se mantiene constante. Llevamos así cada punto en CONJUNCIÓN con su punto ANTIPODAL.

En otro álbum ("LE RETOURNEMENT DE LA SPHÈRE") vereis esto. Entretanto, la serie de imágenes de la película C muestra como el ECUADOR de la ESFERA se repliega convirtiéndose en el ECUADOR de la BOY. El polo NORTE va, evidentemente, contra el polo SUR.

La Dirección

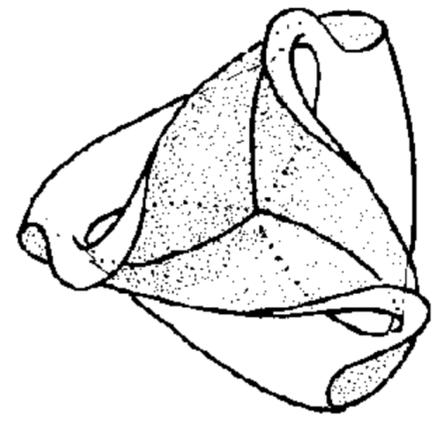


Todos los meridianos y los paralelos de la esfera se recubrirán los unos a los otros

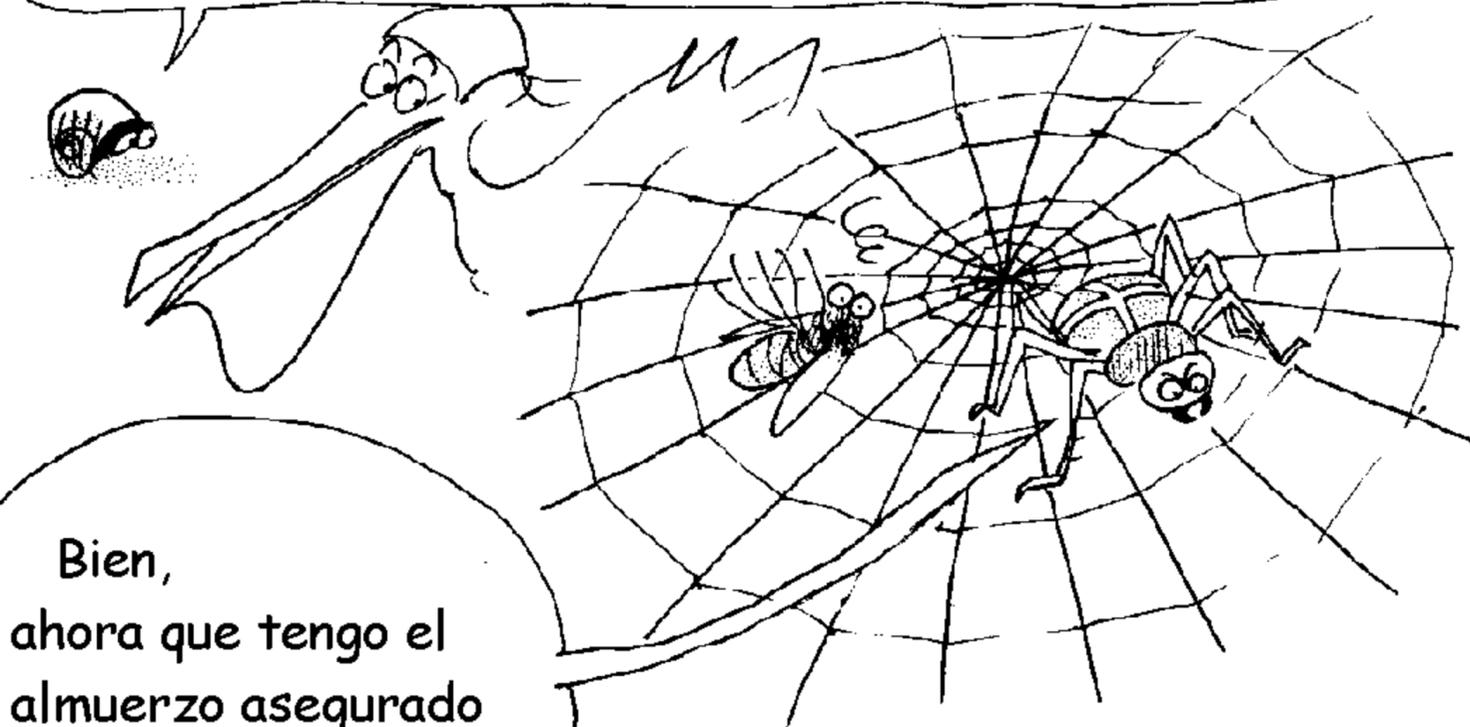


Imaginemos una araña que viva en una superficie de Boy cuyo enmallado esté constituido por sus paralelos y sus meridianos.

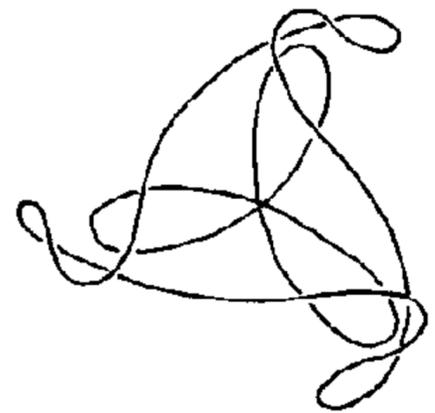
Ella creería vivir ... ¡ sobre una esfera !



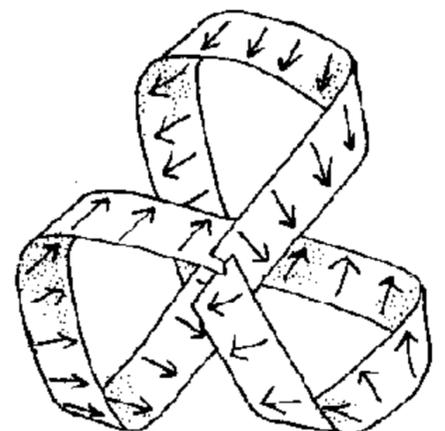
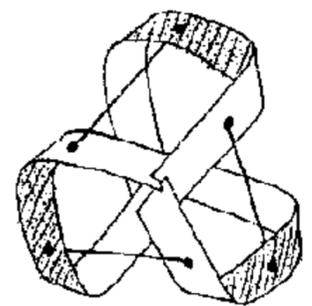
CIERRE DE LOS TRES "TÍMPANOS"



Bien, ahora que tengo el almuerzo asegurado iré a dar una vuelta



CAMINO SEGUIDO POR LA ARAÑA

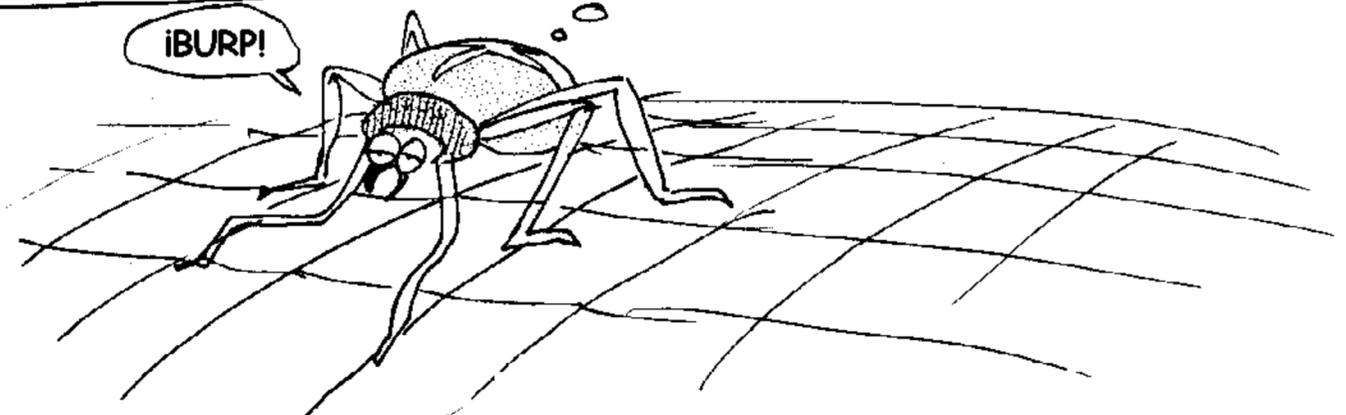
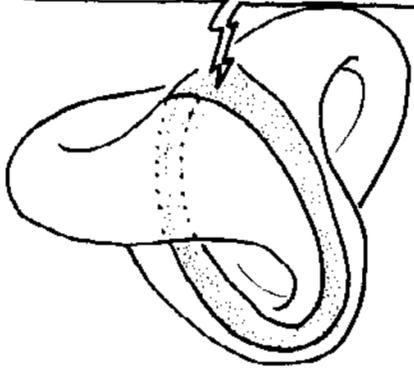


Mira, una segunda tela. Mi colega que vive por la otra cara también ha cazado una mosca

¿Alguien a la vista?
Bien ... yo me como su mosca

Bueno...volvamos

¡BURP!



!

¡ Ostras Pedrín !
Mientras estuve fuera, ha
venido la otra araña y ise ha
comido MI mosca!

HI, HI, HI



De hecho, no había más que una sola
araña y una sola mosca

voy a esperarla. Y cuando
se asome le daré la bienvenida ...



Si embargo ... la historia de la araña ... me da una idea. Tenemos la solución para Amundsen

señor Amundsen, ¡ya está todo arreglado! hemos encontrado su polo sur

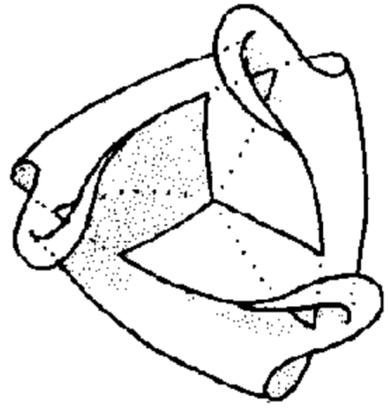
¿cuál es?

Ah ...

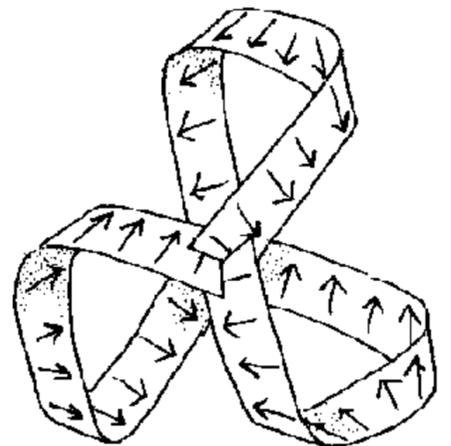
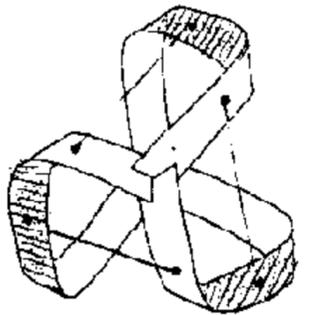
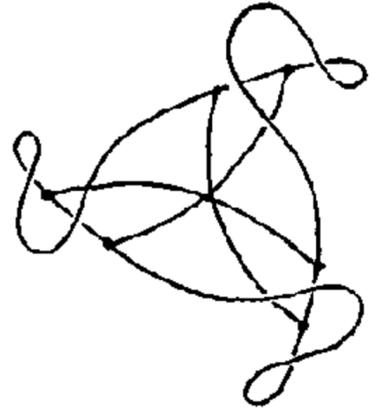
volved a emprender la marcha, pero con esta ...

Le hemos dado la misma a Perry .

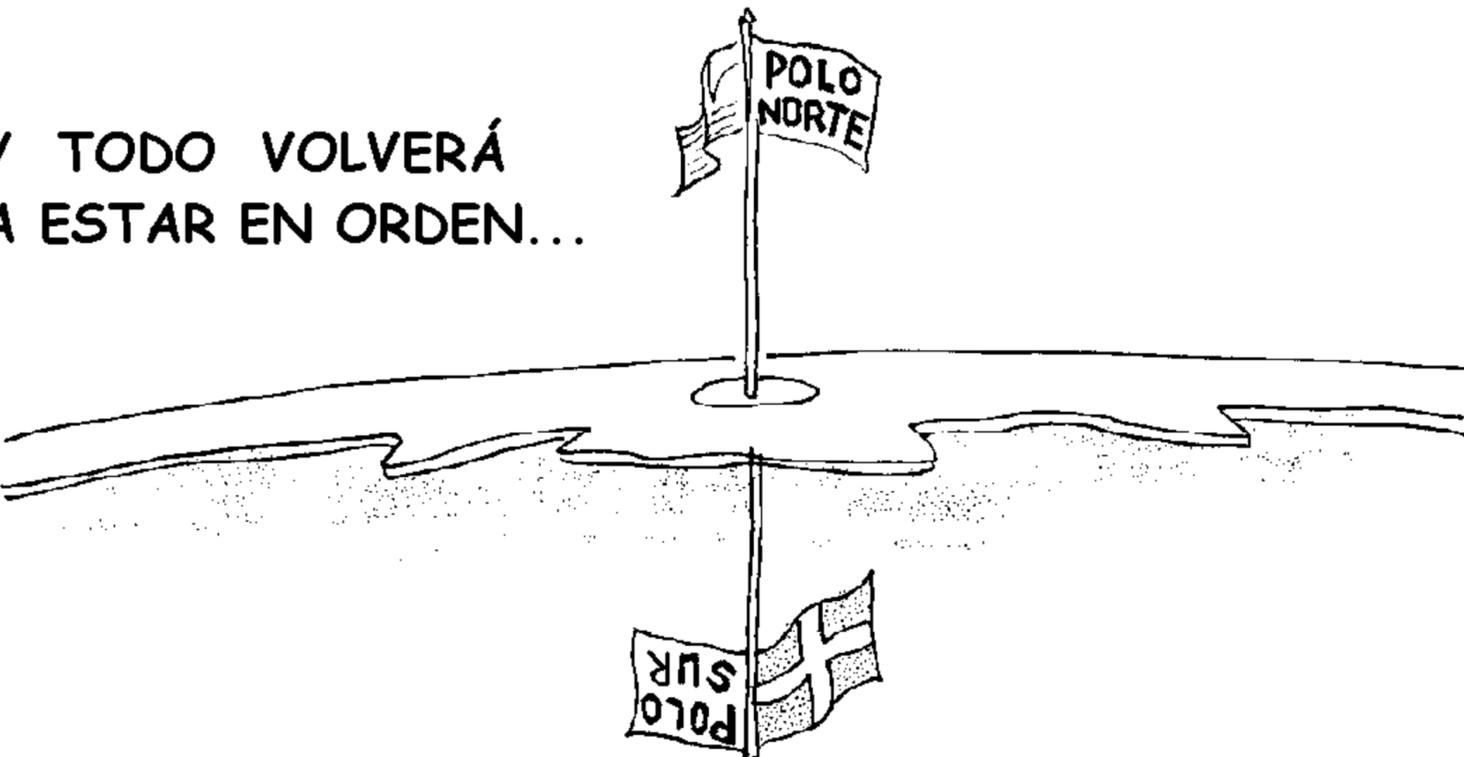
.. y ¡DEPOSITADLA solamente!

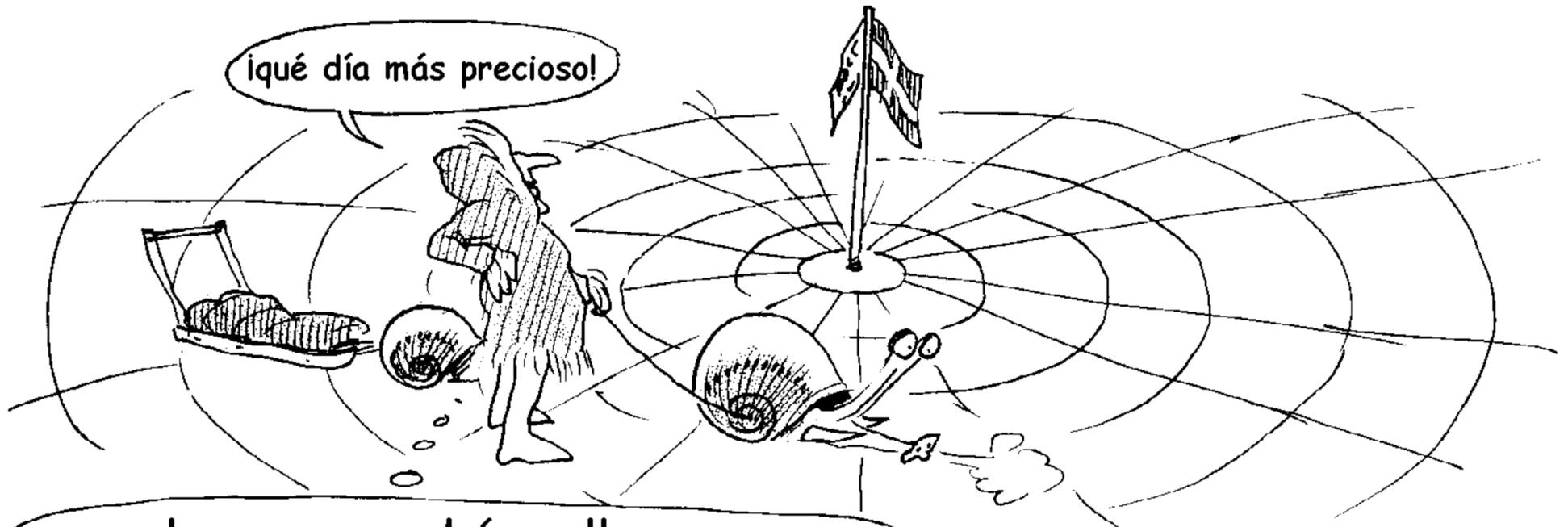


FORMACIÓN DE 'LAS OREJAS'



Y TODO VOLVERÁ A ESTAR EN ORDEN...





¡qué día más precioso!

por lo menos podría callarse



Señor Amundsen, la foto histórica



Marchaos, quiero salir solo en mi foto histórica

POLO SUR

En ciencia, como en todo, en ocasiones es mejor no profundizar demasiado...

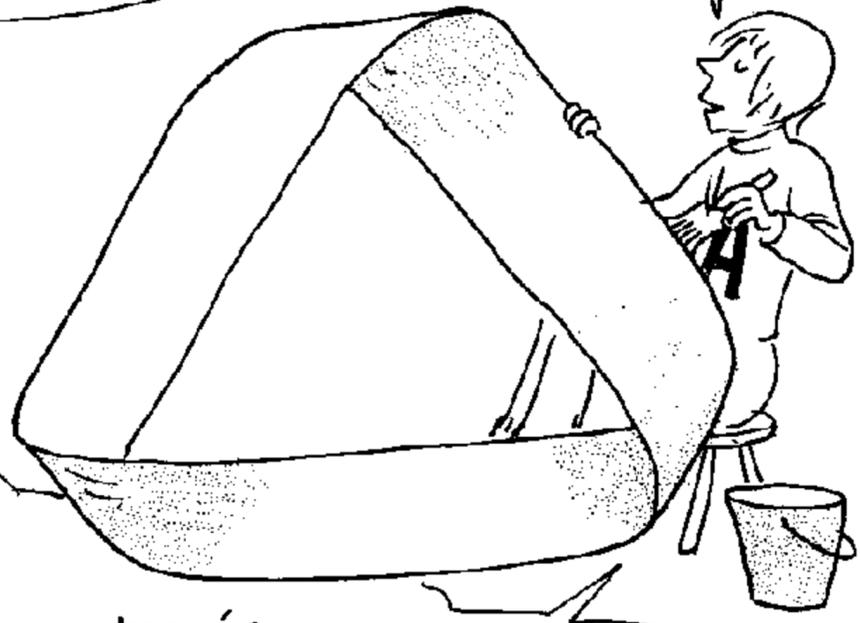
..cada polo tiene su lugar y bien está lo que bien acaba...



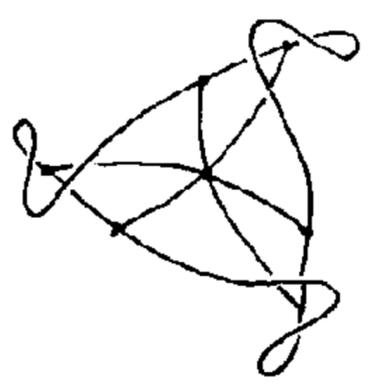
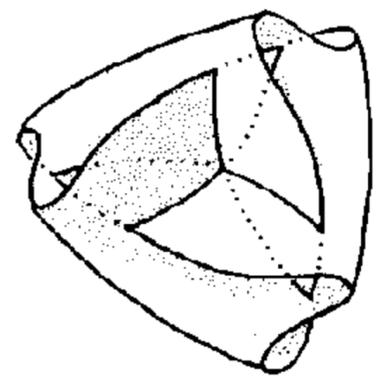
Y por otra parte, si cruzáramos bajo el polo norte podríamos llevarnos alguna sorpresa.

Y hay algunos que desistirían, vamos

Bueno, ya tenemos un asunto arreglado. Pero, ¿qué hace Lanturlu?

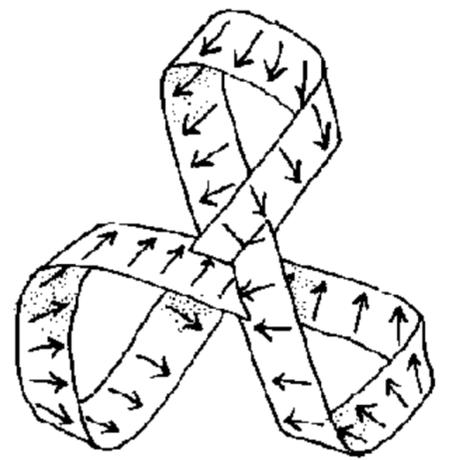
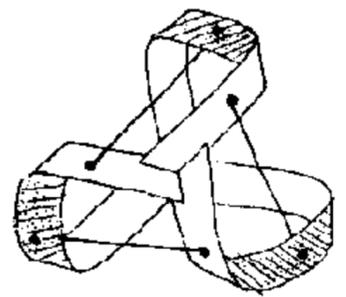
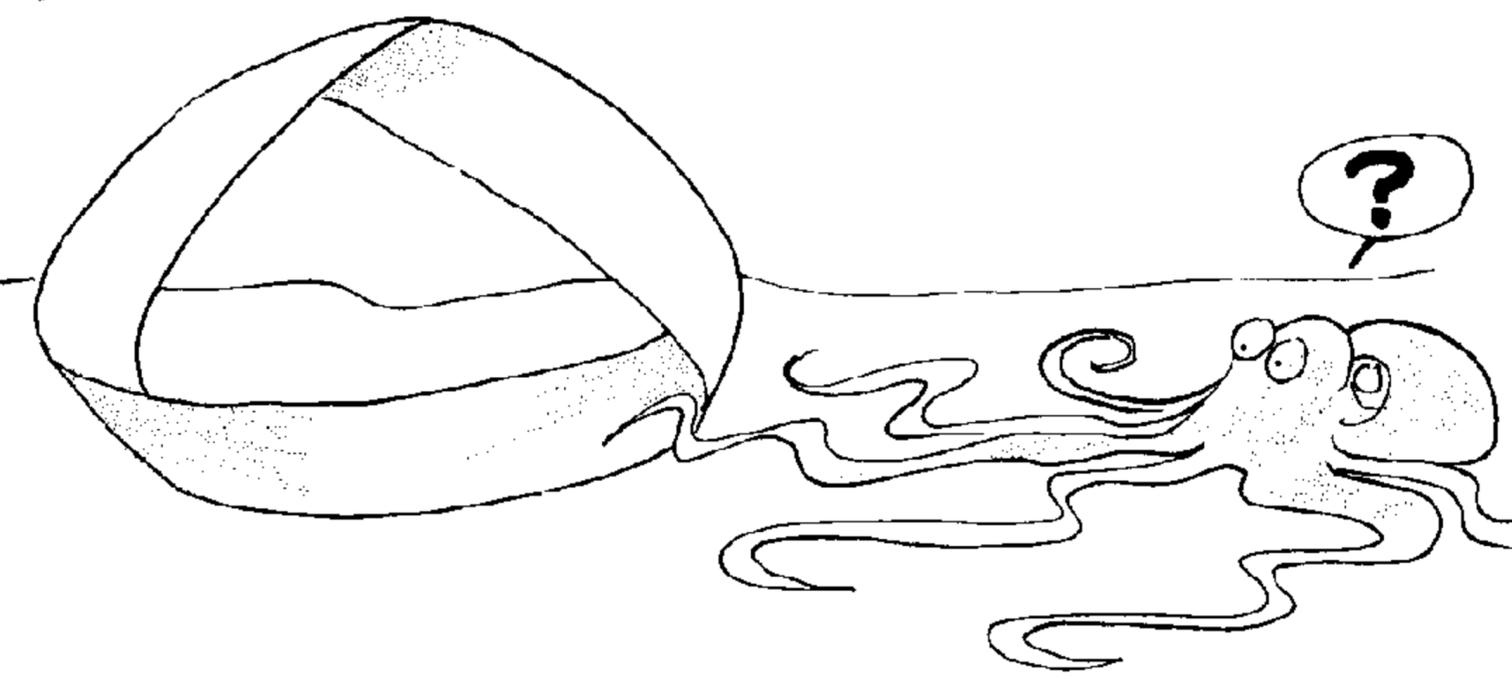


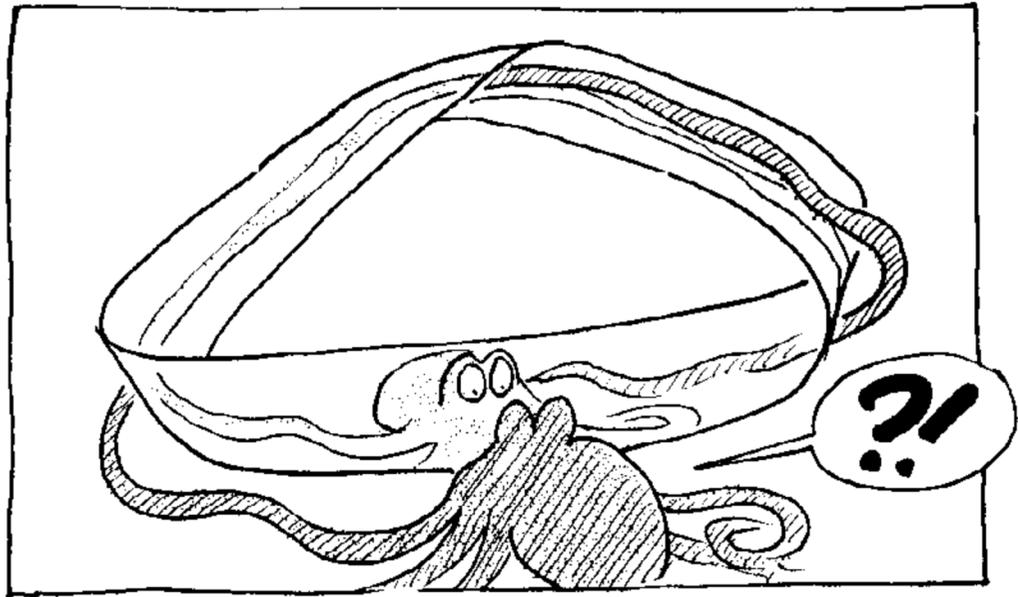
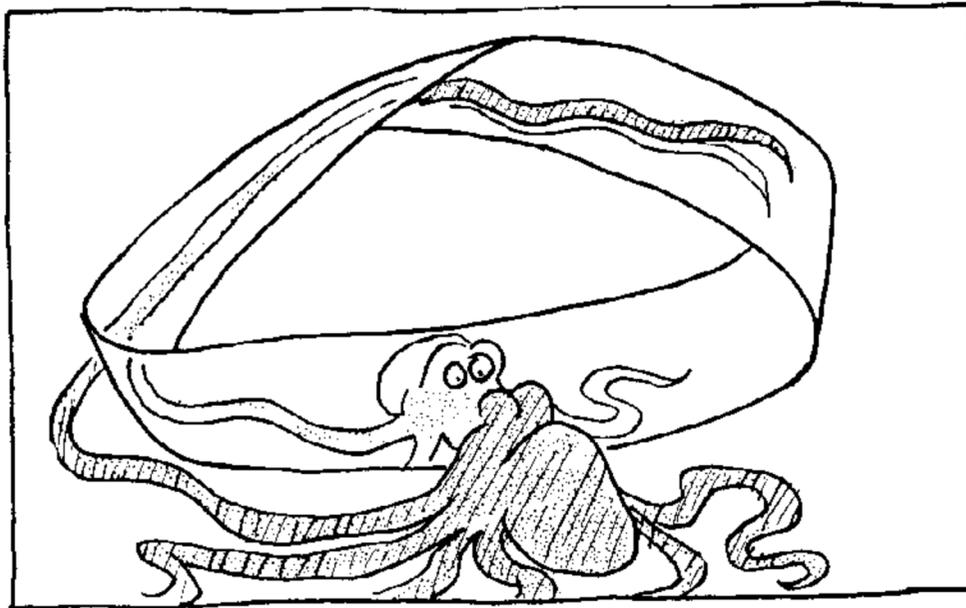
¿Sabes qué es un espejo sin azogue? Se ve al mismo tiempo el reflejo y a través de él. Y bueno, estoy a punto de transformar esta banda de Möbius en un espejo sin azogue.



LA ETAPA DEL ESPEJO

Para cazar pulpos



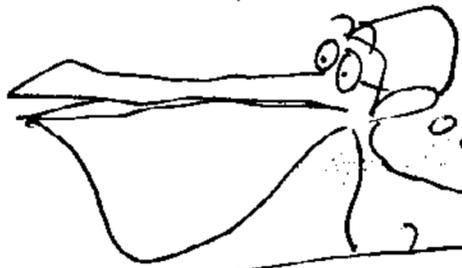


¿qué ocurre?! el pulpo tiene el aspecto embargado de estupor.

No siente NADA, porque su brazo real rasca la imagen de su cabeza mientras que la "imagen del brazo" rasca su verdadera cabeza!



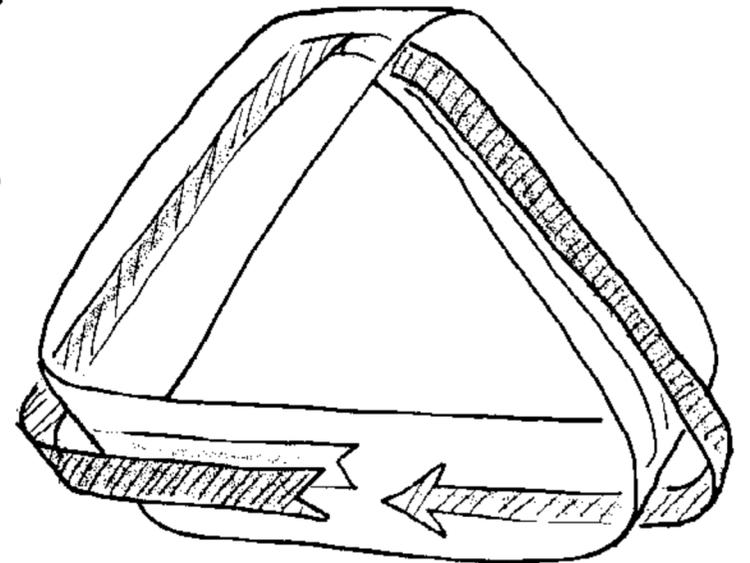
se rasca desesperadamente la cabeza



pobre animal...

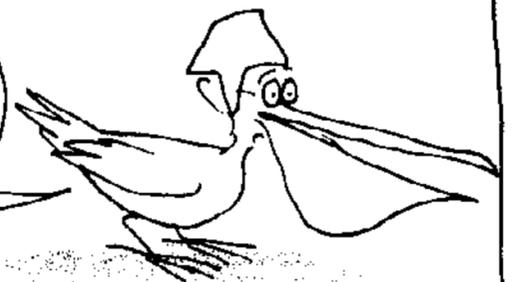


Como el espejo es unilátero, dando la vuelta, su brazo ha pasado al "otro lado".



iii Y como el espejo es perfectamente semitransparente y no es capaz de darse cuenta!!!

¡tiene un extraño aire de pánico!



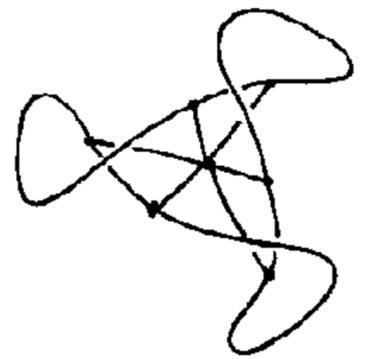
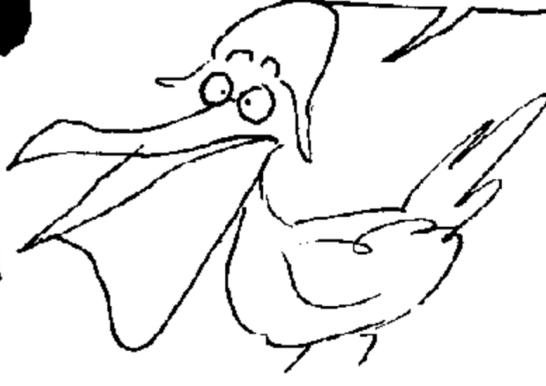
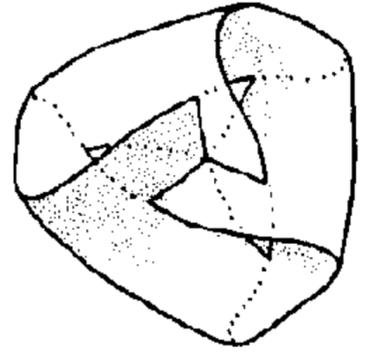
¡ponte en su lugar!



Ya sabes, si un día te rascas la oreja ante un espejo y no sientes nada es porque el espejo es unilátero (*)

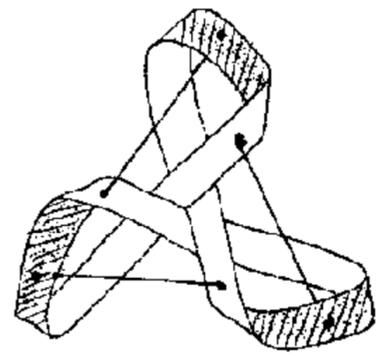
Si transformásemos una superficie de BOY en un espejo sin azogue, el universo sería indisociable de su propia imagen.

Pero eso ¿no puede ser peligroso? No sé ...si dominado por una especie de contradicción lógica, ¿el universo no corre el riesgo de desaparecer? (*)



EL ESPACIO-TIEMPO ENLOQUECIDO

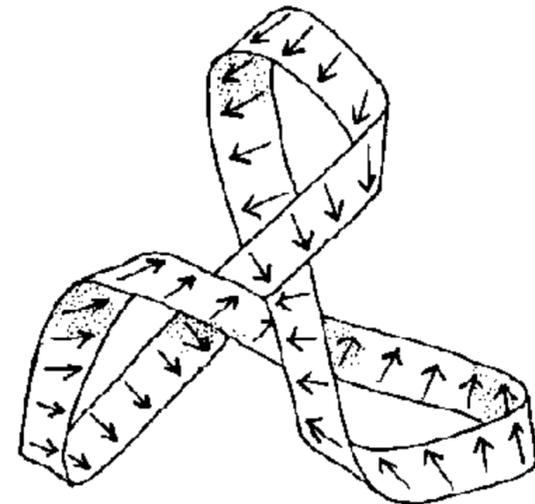
Se puede estudiar la topología del espacio-tiempo gracias a modelos de dos dimensiones, una por el espacio y otra por el tiempo.



CREACIÓN DE UN PUNTO TRIPLE

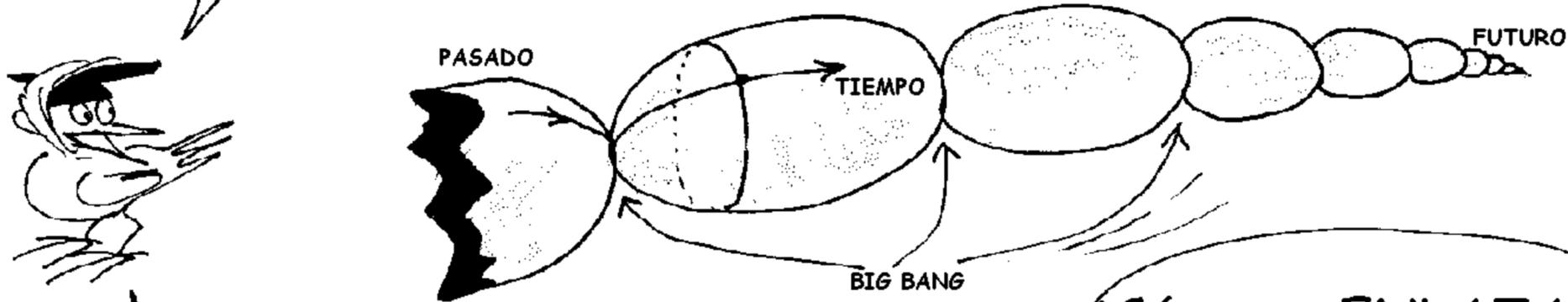


eso es un retículo



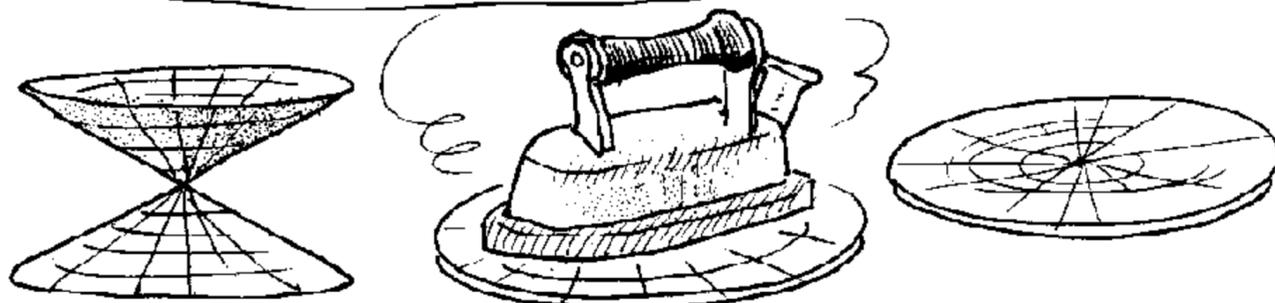
(*) EL EXPERIMENTO JAMÁS HA SIDO INTENTADO

Hemos visto en "LE BIG BANG" que el modelo de universo cíclico de FRIEDMANN se podría representar mediante una infinita ristra de salchichas, siendo cada estrangulamiento un nuevo BIG BANG.

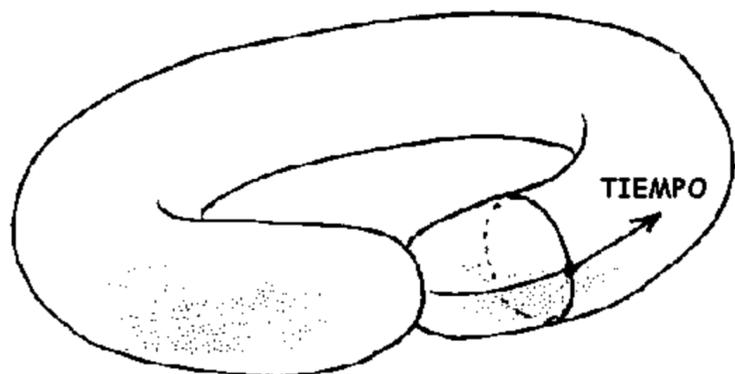


cada BIG BANG sería una singularidad de tipo POLAR

¿Cómo se ENLAZAN las singularidades?



Coges un cono y lo planchas.

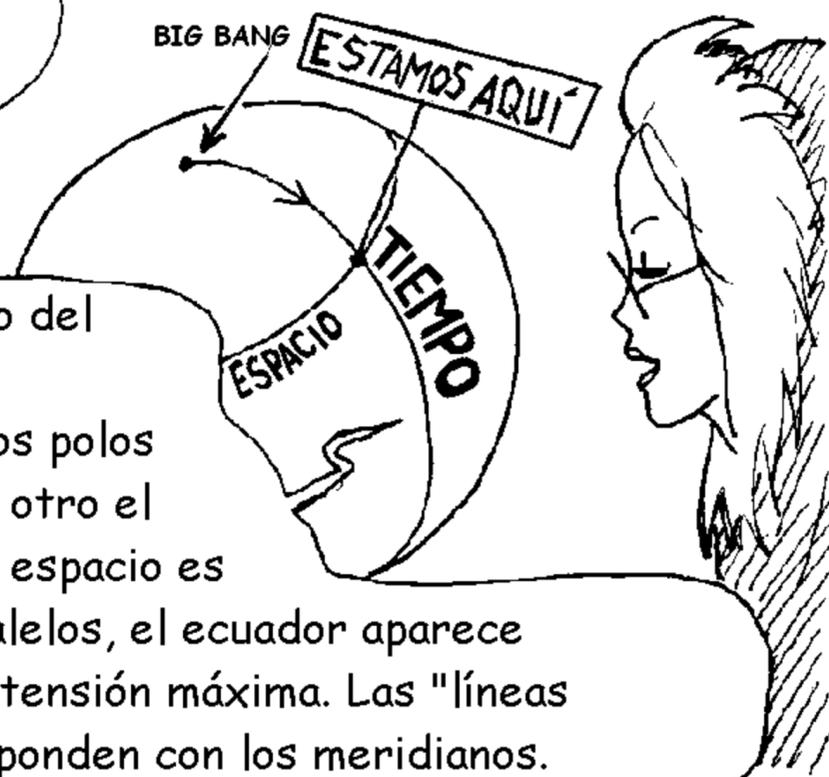


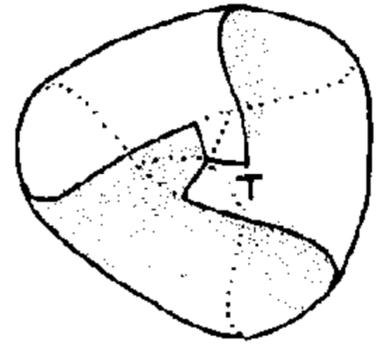
Se puede imaginar también que los mismos sucesos se puedan repetir hasta el infinito, en cuyo caso se tendría esto ...

O puede suponerse que el TIEMPO simplemente tiene un COMIENZO y un FIN, como aquí

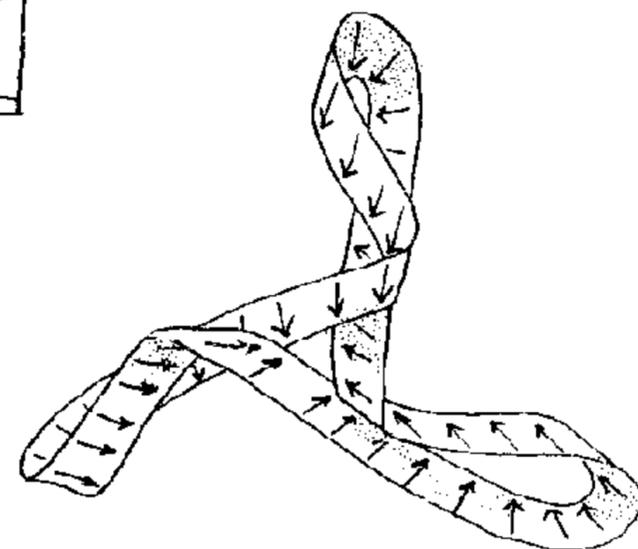
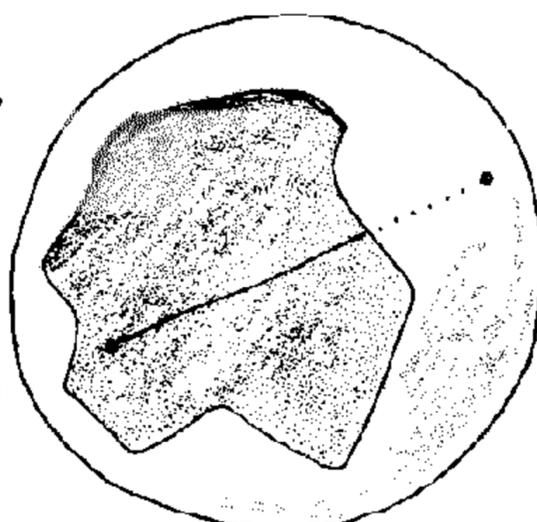
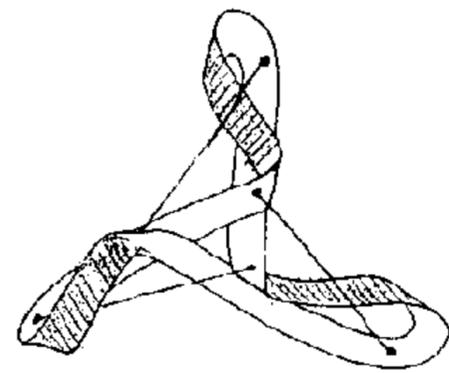
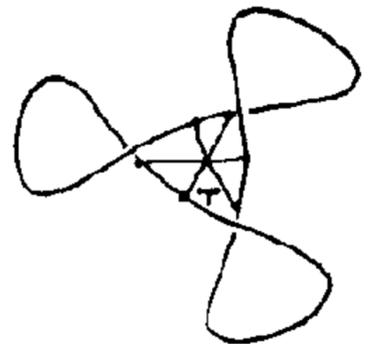


En el modelo clásico del ESPACIO-TIEMPO ESFÉRICO, uno de los polos es el BIG BANG y el otro el ANTI BIG BANG. El espacio es asimilado con los paralelos, el ecuador aparece como el estado de extensión máxima. Las "líneas de tiempo" se corresponden con los meridianos.





CREACIÓN DEL PUNTO TRIPLE



... después hemos mojado todos los hilos en el ENCOGIDOL. Tiresio ha dicho que ésta podría ser una elegante experiencia espacio-temporal

Estáis completamente locos los dos. ¡¡No habéis medido las consecuencias!!

Y, ¿qué pasará?

Por culpa de este animal de Tiresio el ESPACIO-TIEMPO está a punto de replegarse sobre si mismo. Todos los SUCESOS correspondientes a la fase de EXPANSIÓN, es decir después del BIG BANG hasta la etapa de EXTENSIÓN MÁXIMA, se encontrarán en CONJUNCIÓN con los sucesos correspondientes de la fase de CONTRACCIÓN, al hacer coincidir las REGIONES ANTIPODALES.

El BIG BANG y el ANTI BIG BANG se encontrarán y se confundirán, ¿no?

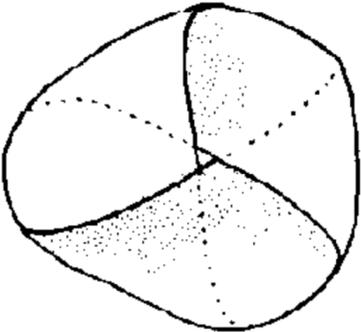
¡Cuán extravagante!
¡Qué extraña
coincidencia!

Supongo que esto ya ha sido considerado (*)

no tenía que haber escuchado a Tiresio.

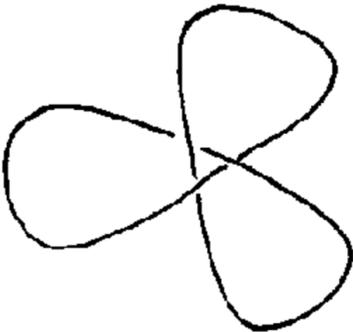


Pero este fenómeno de conjunción hará que regiones del espacio-tiempo, unas en las antípodas de las otras, se encuentren cara a cara pero en OPOSICIÓN TEMPORAL.

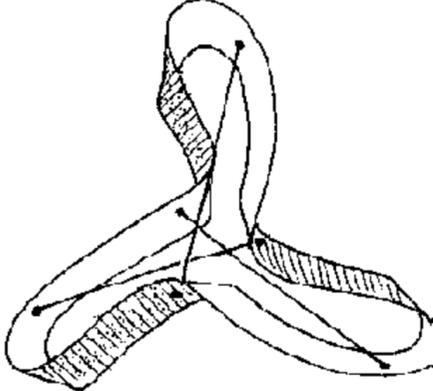
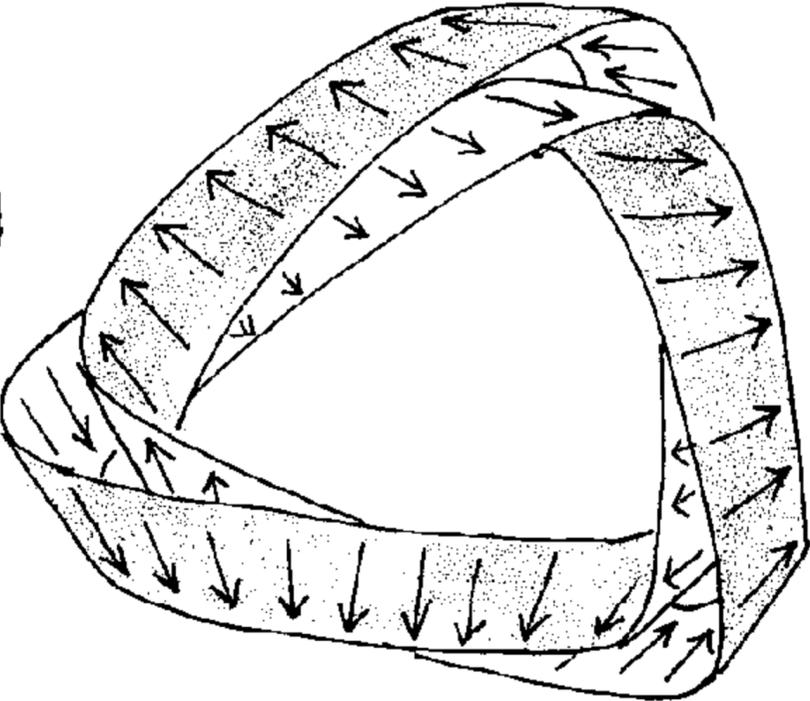
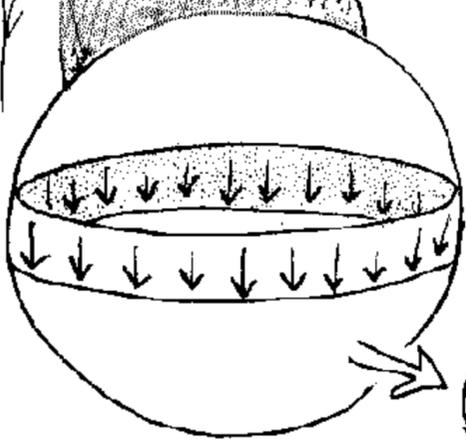


¡Imposible!

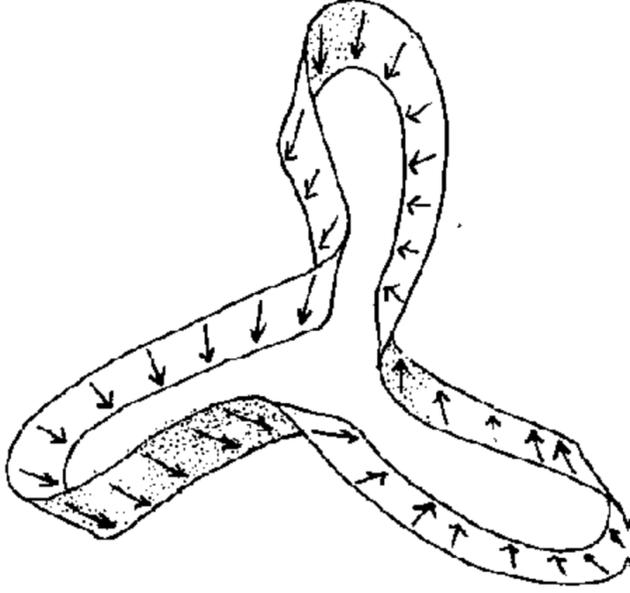
¡En absoluto! Considera por ejemplo la región situada en los alrededores del ecuador de este espacio-tiempo esférico, que corresponde al estado de máxima expansión. Se la ve muy bien replegarse sobre si misma en la película D



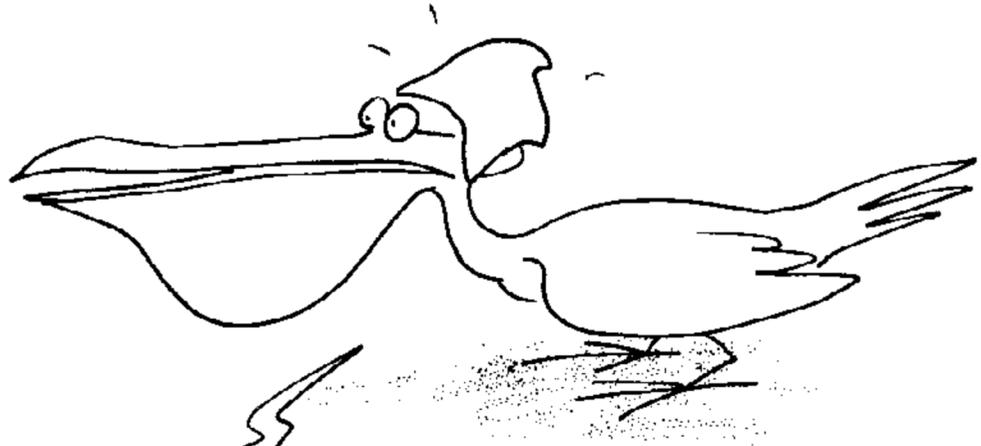
las FLECHAS DEL TIEMPO se configuran en OPOSICIÓN



¿Quieres decir que el PASADO para algunos podría llamarse el FUTURO para sus ANTÍPODAS?

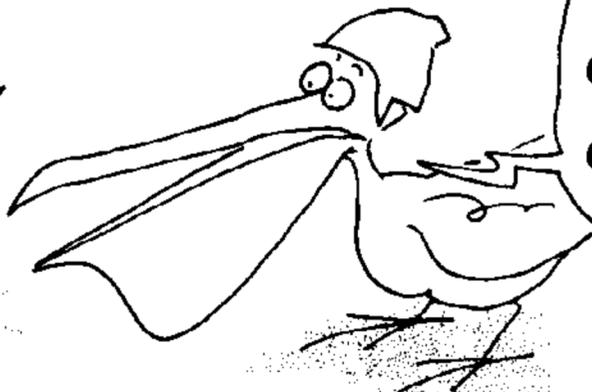


mi querido León,
buena la has hecho



¿Quieres decir que esto nos expone a que el universo se
sumerja en una situación de contradicción insostenible?

Una especie de callejón
sin salida lógico

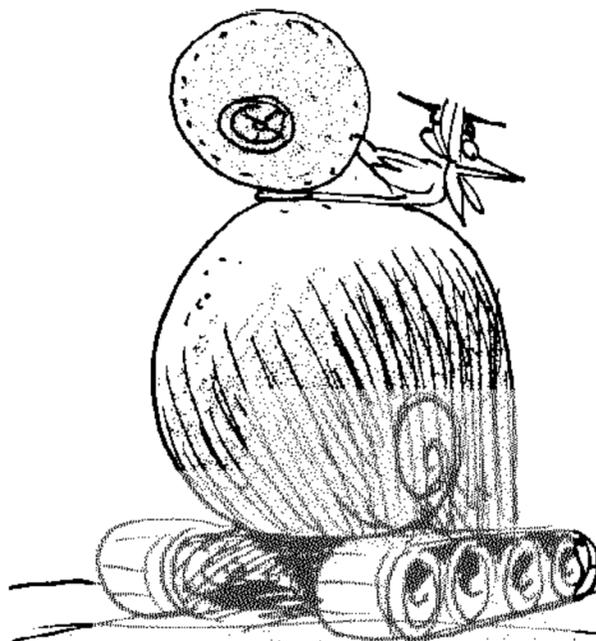


Cuando el ENCOGIDOL haya
hecho su efecto, el universo se
encogerá sobre si mismo y
encararemos el tiempo en sentido
contrario

Por cierto, ¿dónde
ha ido Tiresio?



Subamos al cronoscafo. Se puede
intentar lanzarle una llamada.



¿un aviso
de búsqueda?

Hola, ¿me oyes Tiresio?

Espera, si Tiresio es RETRÓCRONO para nosotros y si reusamos a entrar en contacto con él, sabrá todo lo que fuéramos a decirle

Peor, de hecho, este mensaje, en su TIEMPO PROPIO, es él quien lo emitirá!!

¡Dios mío! ...

Y, de todos modos, si nos lo cruzáramos ¡sería mucho peor!

¡Feynmann pensaba que la antimateria existía en el tiempo al revés!

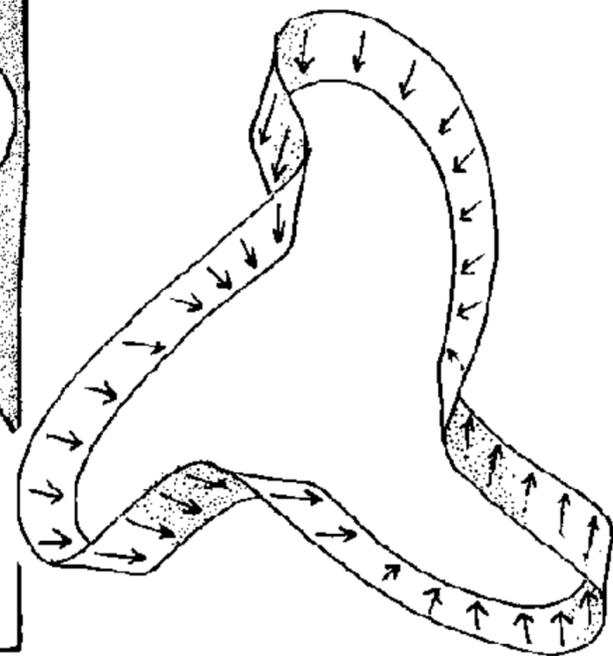
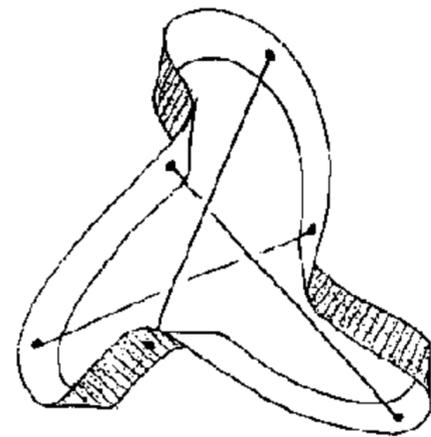
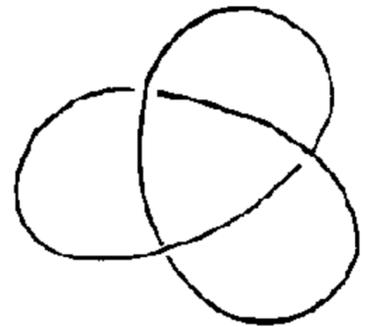
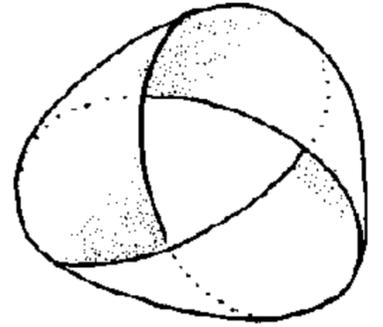
¿Por qué?

Y el abad LEMAÎTRE (*) pensaba que la antimateria era la materia vista AL REVÉS! (*)

Entonces, si por desgracia, nos encontráramos con Tiresio, se habría convertido en ANTI-TIRESIO

¿Cómo que BOUM?

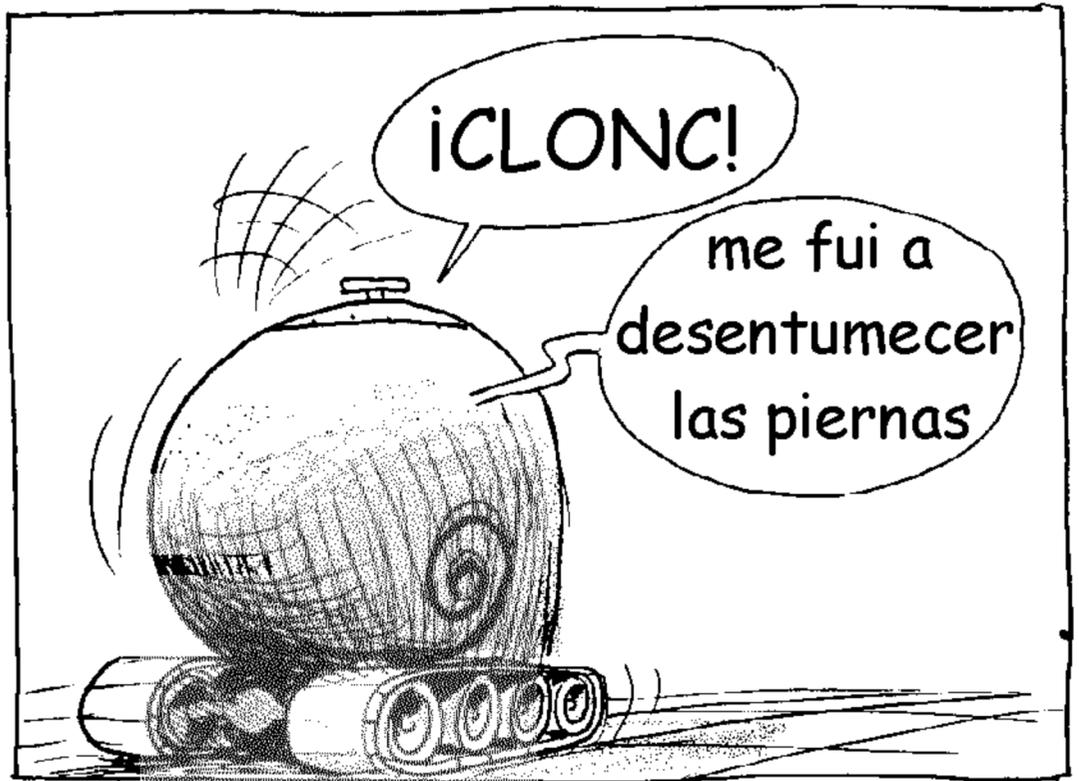
Y entonces ¡BOUM!



(*) VED "BIG BANG" (ediciones BELIN)



¡Tiresio!
¿dónde
estabas?



¡CLONC!

me fui a
desentumecer
las piernas



¡Eh, el CRONOSCAFO!
se ha puesto en marcha...

¡Si no hubieras cerrado
la puerta tan fuerte!



¿Cómo se para este trasto?

¡ya sabes que esto
no se puede parar!



Y ¿Cómo se conduce?

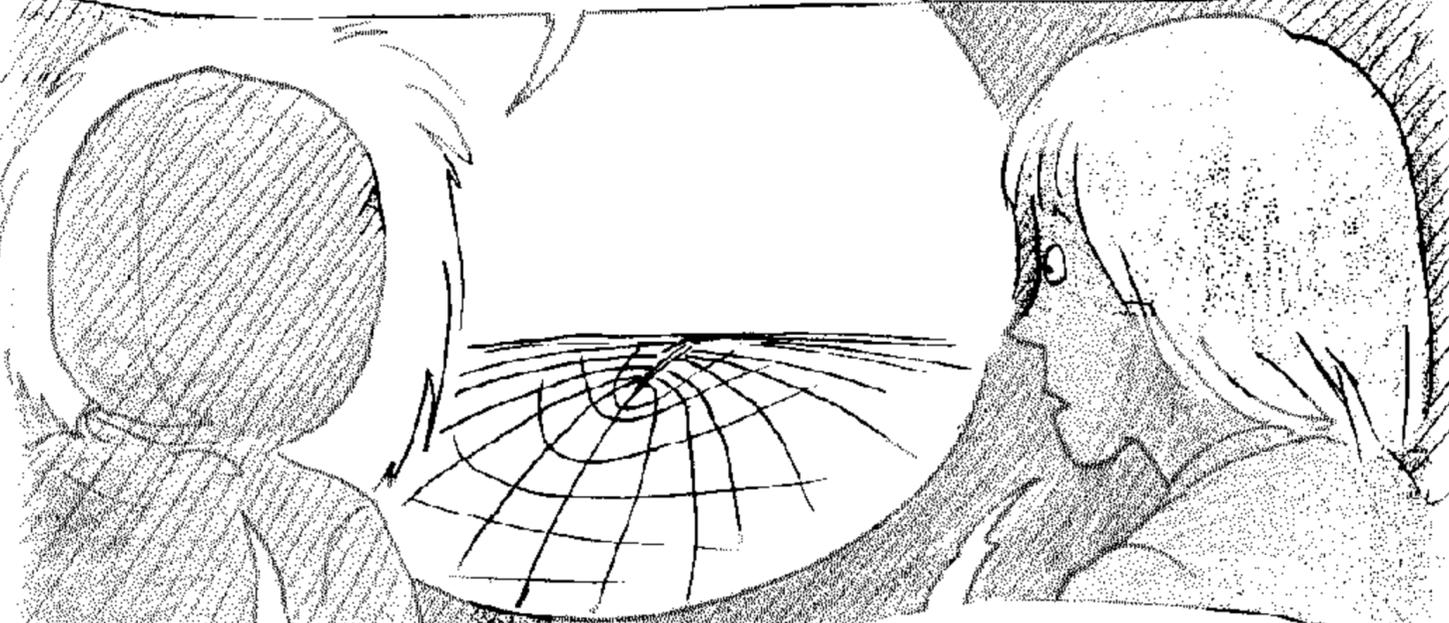
Los CRONOSCAFOS no se conducen.
Él es quien te conduce a ti. Sigue una
LÍNEA DE UNIVERSO, eso es todo...



¡tú y tus ideas!!

yooo...

¡Eh! ¡mirad eso que hay ahí delante, todo recto



parece un ombligo

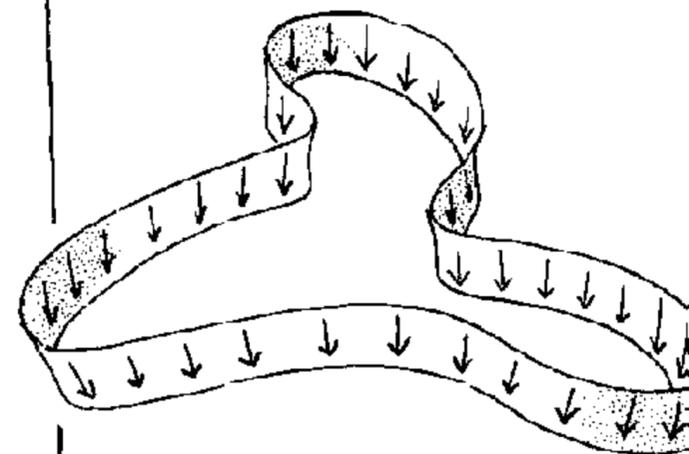
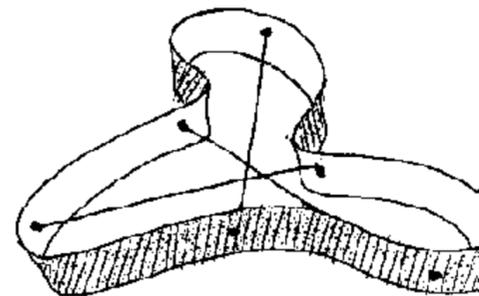
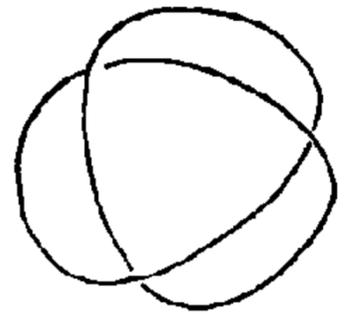
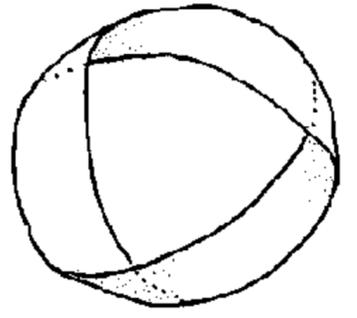
¡Nuestra línea de universo va recto hacia abajo!

¡Esto tiene toda la pinta de un AGUJERO NEGRO!

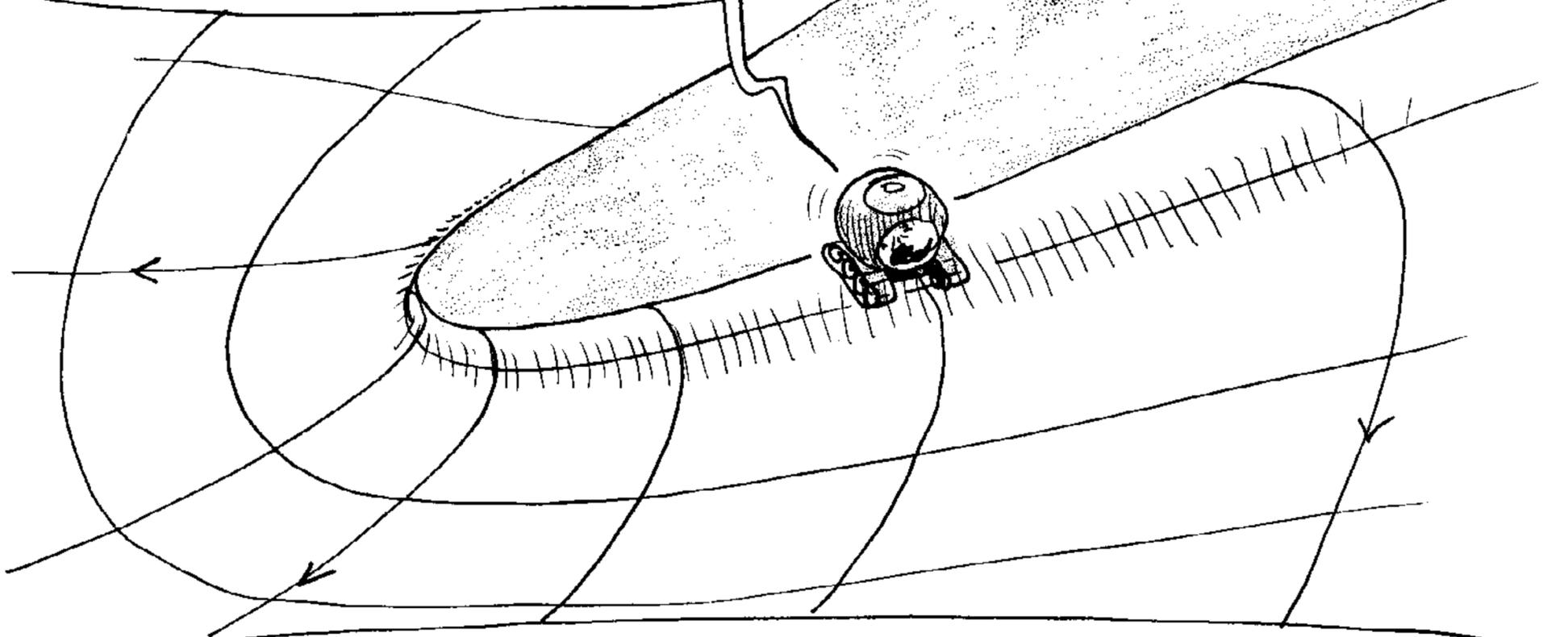


esta singularidad ¿de qué orden será?

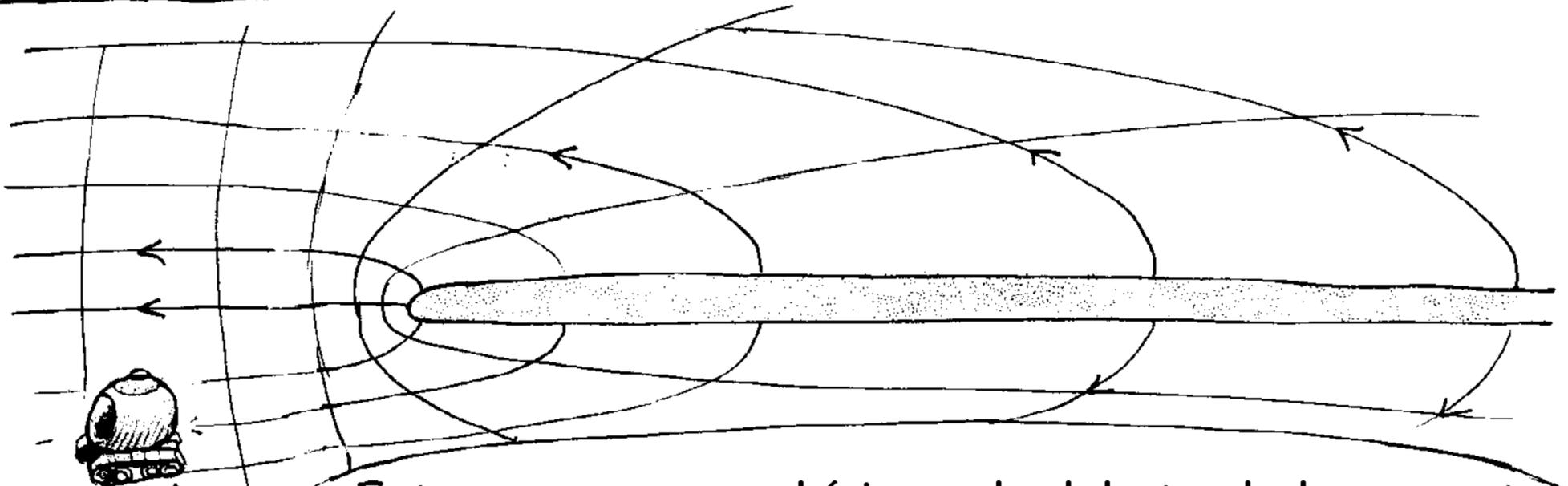
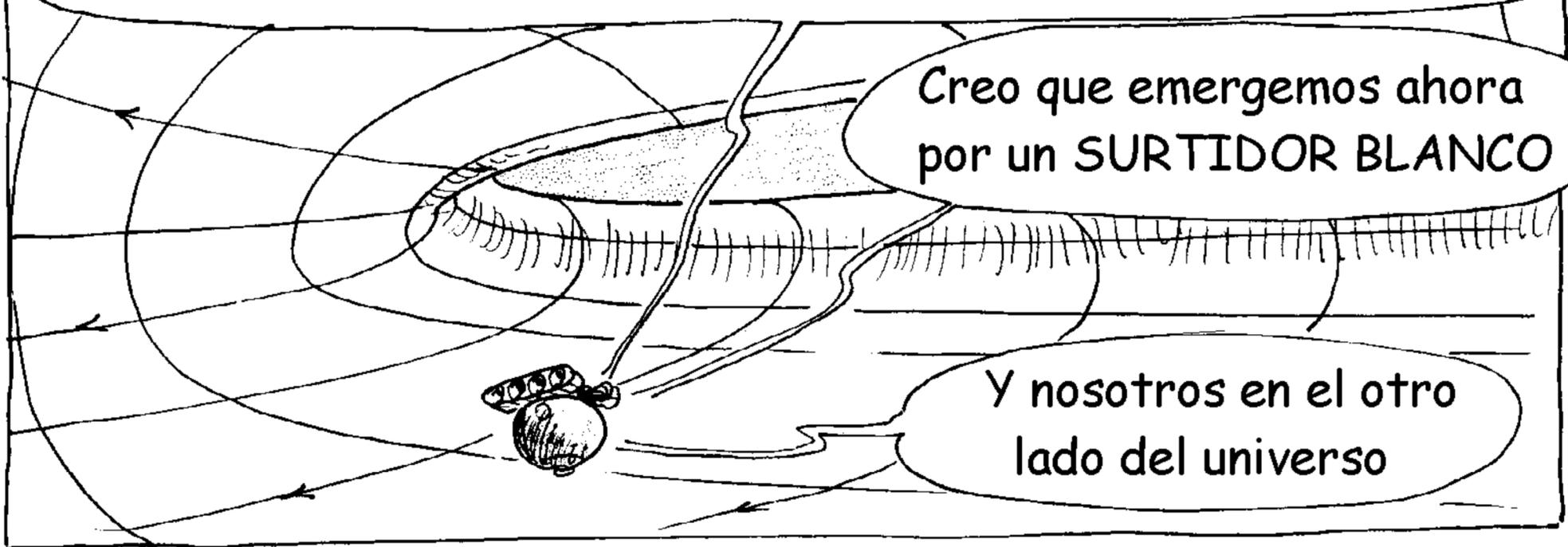
¡Ah! ¡es el momento idóneo de plantearse esa cuestión!



Se diría que es una especie de ojal del espacio-tiempo



las líneas de universo ahora SALEN de la singularidad, aquí abajo



Esto se parece muchísimo a lo del otro lado, excepto que seguimos el camino inverso. Y luego siento cierta sensación de "algo ya visto", ¿vosotros no?

Pero, ¡ya está! ¡ya lo tengo!,
¡el ESPEJO!

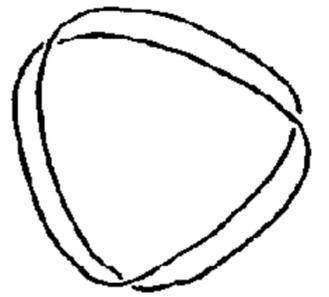
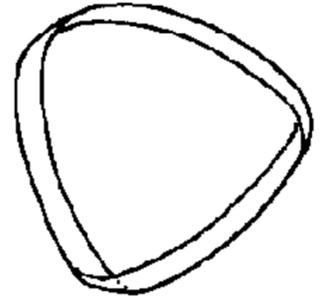
¿qué espejo?

Estas dos mitades del universo son especulares una respecto de la otra. Pero es un ESPEJO ESPACIO-TEMPORAL. En otra parte del agujero negro todo está invertido con respecto al tiempo. Las leyes de la física se muestran invertidas: ¡la singularidad repele la materia en vez de atraerla!! (*)

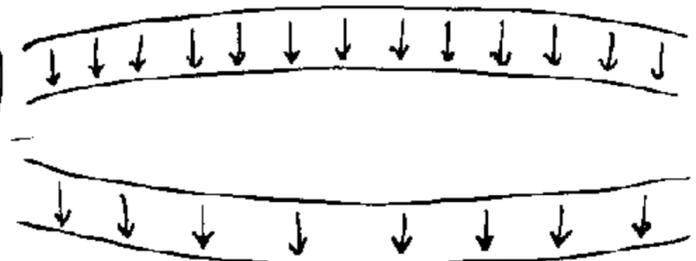
Entonces eso significa que reviviremos este tebeo al revés

Oh sí. El CRONOSCAFO se parará, después Anselmo abrirá la puerta y Tiresio irá a dar una vuelta. Después...

FIN



BANDA BILÁTERA CON PUNTOS ANTIPODALES UNIDOS



(*) PUEDE EXISTIR LA MISMA ESTRUCTURA CON 4 DIMENSIONES

ANEXO CIENTÍFICO

BOY, alumno de Hilbert, descubrió la superficie que lleva su nombre en 1902.

La primera representación analítica fue proporcionada por en 1981 por Jérôme SORIAU (hijo de del matemático J. M. SORIAU) y el autor. El método, semi-empírico, consiste en asociar los meridianos de la superficie con unas elipses, que se parametrizan rápidamente. El punto genérico viene dado por:

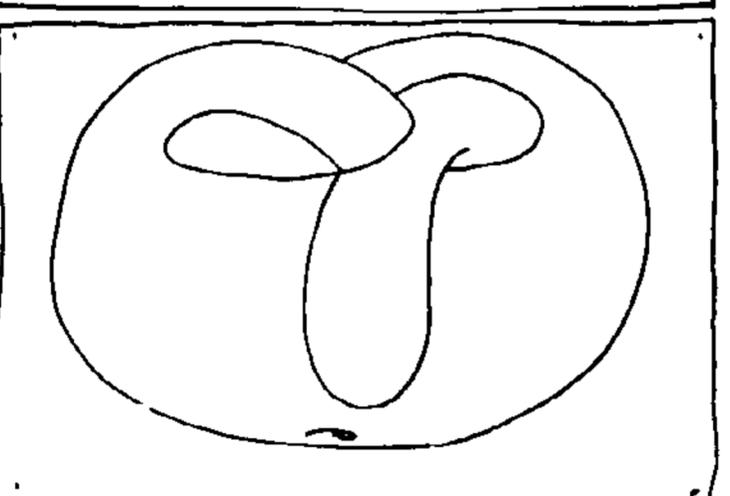
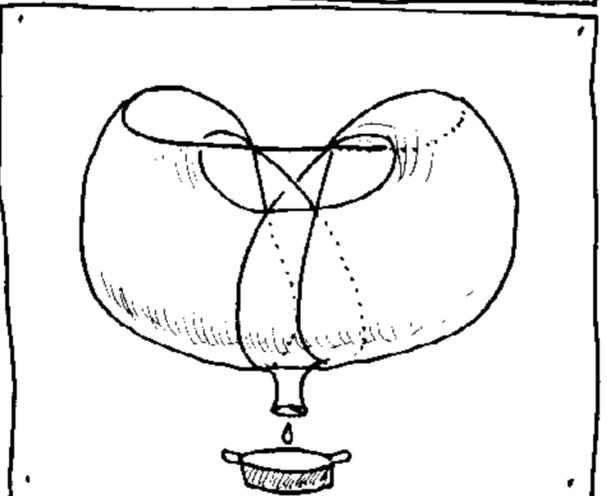
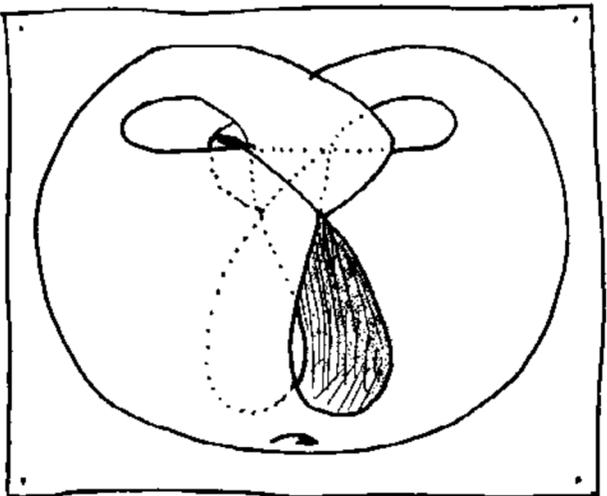
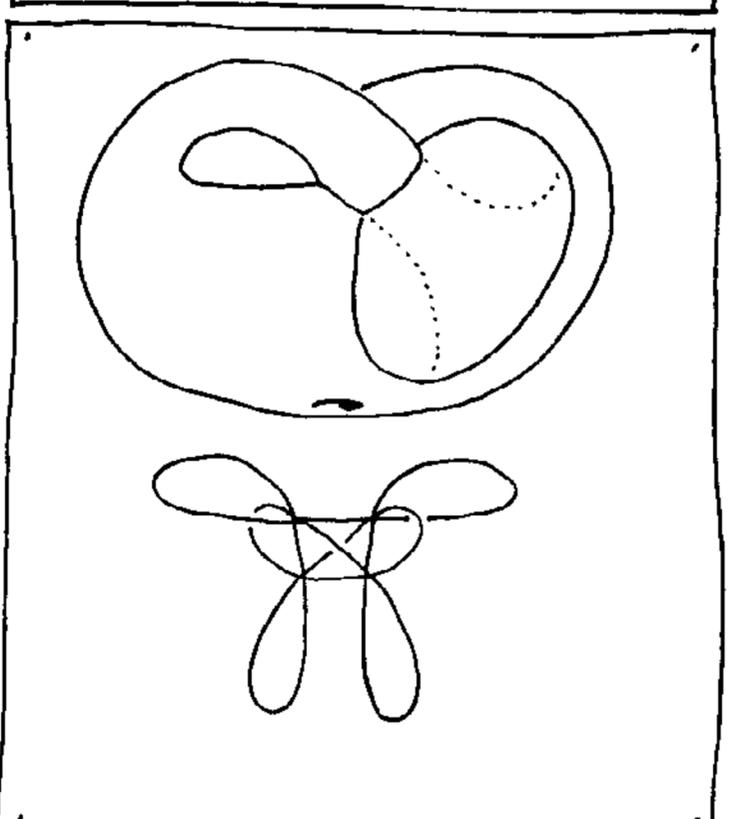
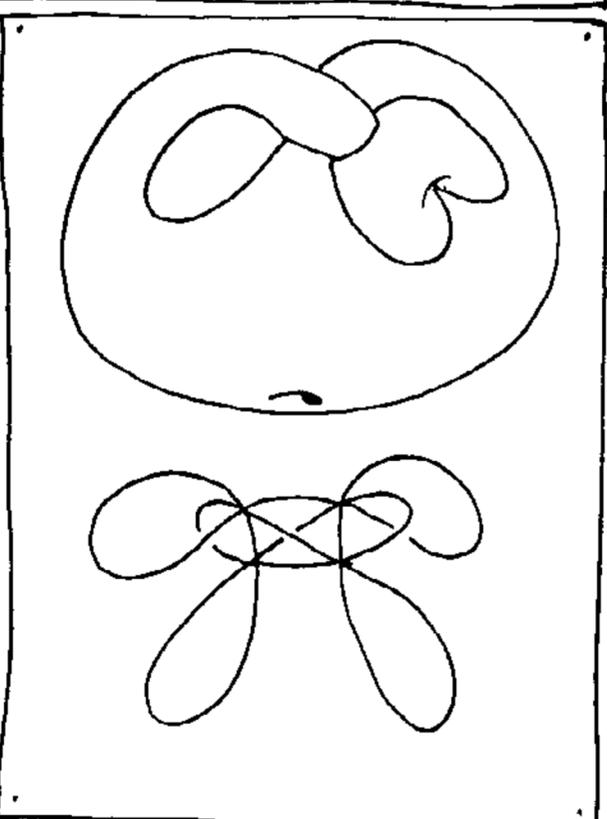
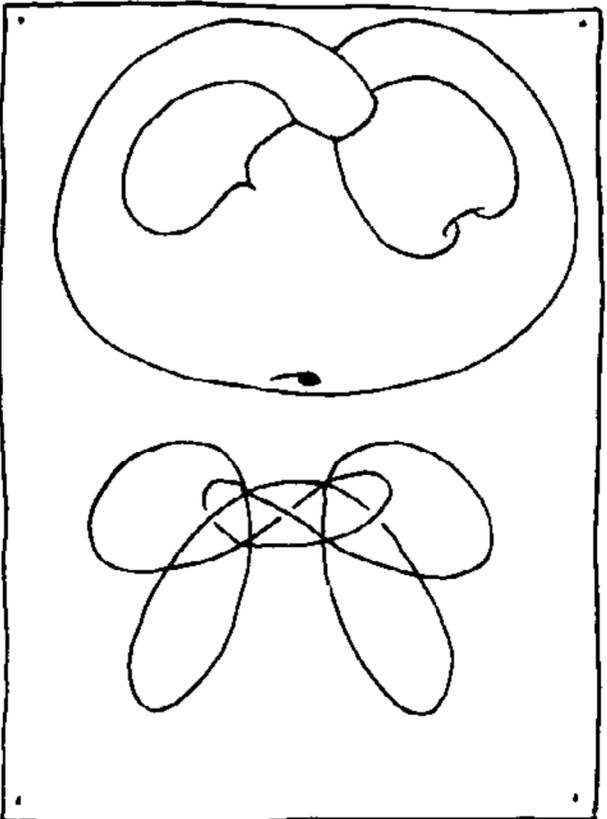
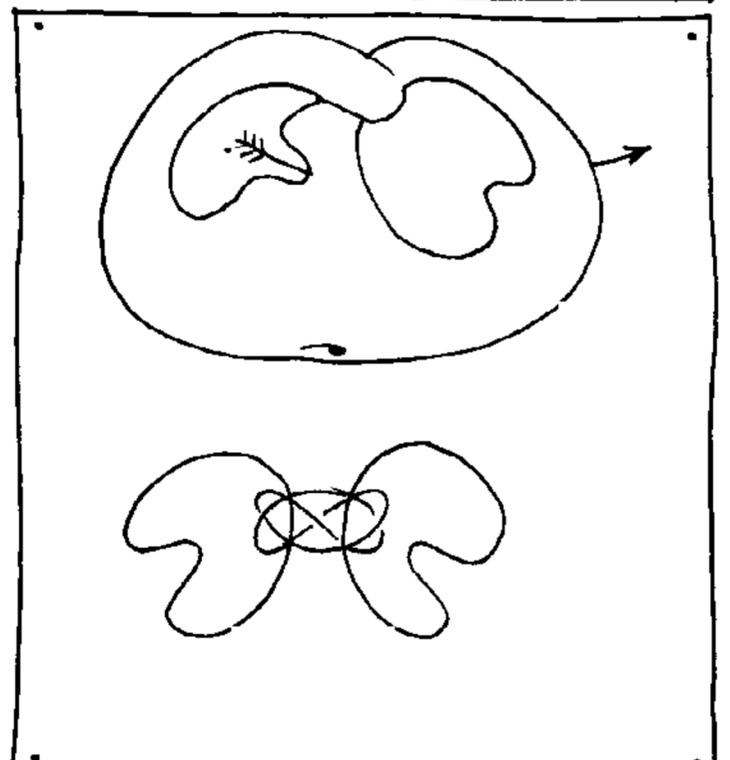
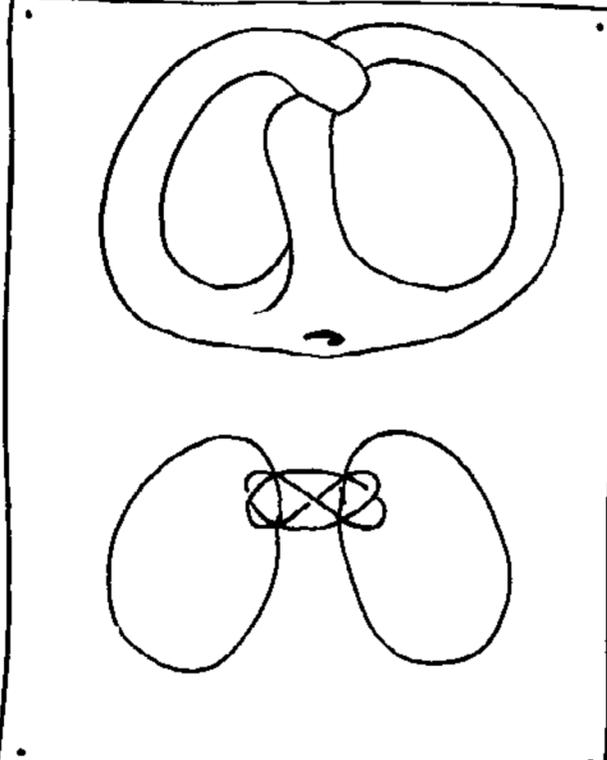
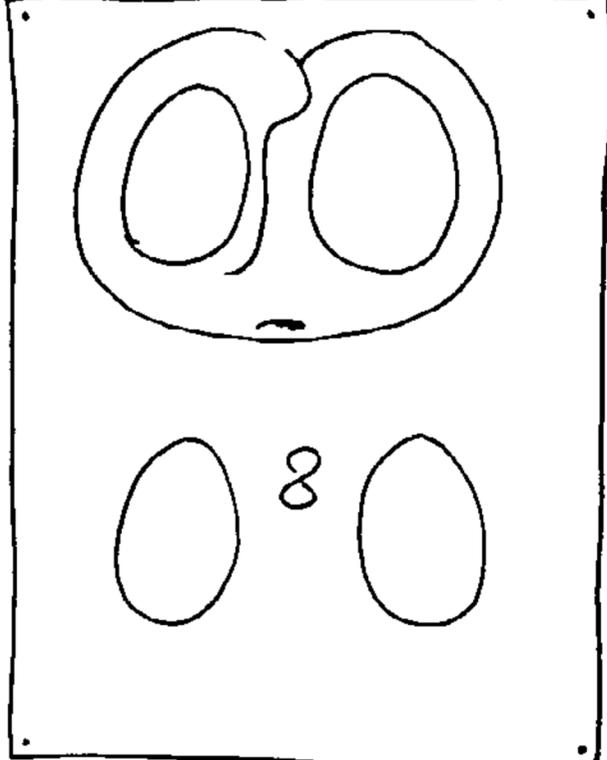
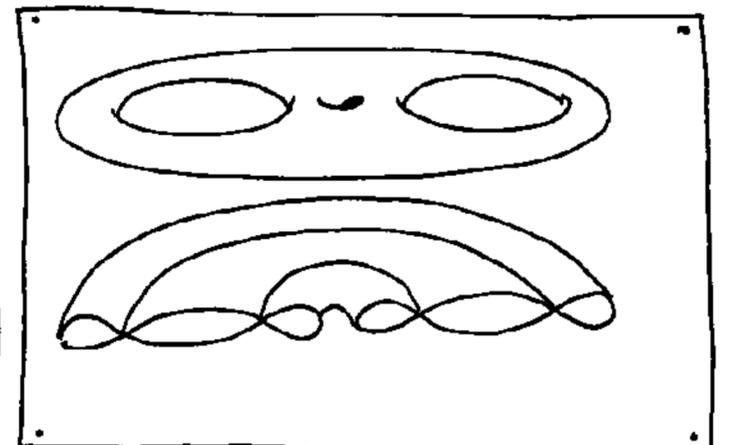
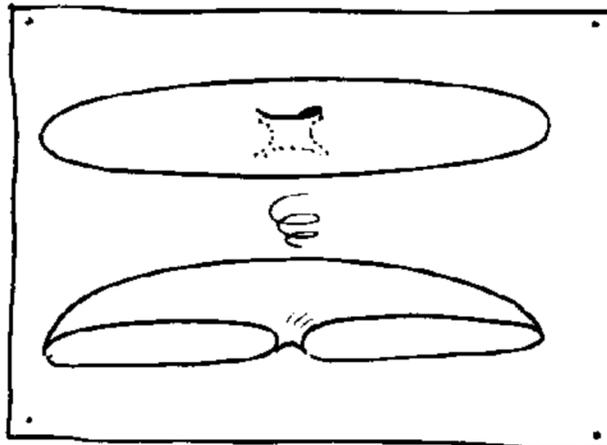
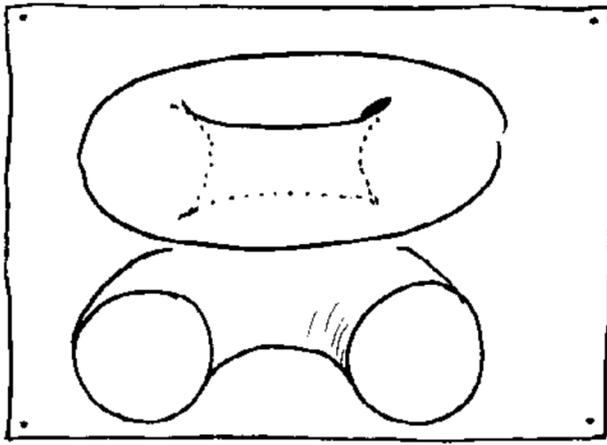
$$\begin{cases} x = X_1 \cos \mu - Z_1 \sin \alpha \sin \mu \\ y = X_1 \sin \mu + Z_1 \sin \alpha \cos \mu \\ z = Z_1 \cos \alpha \end{cases}$$

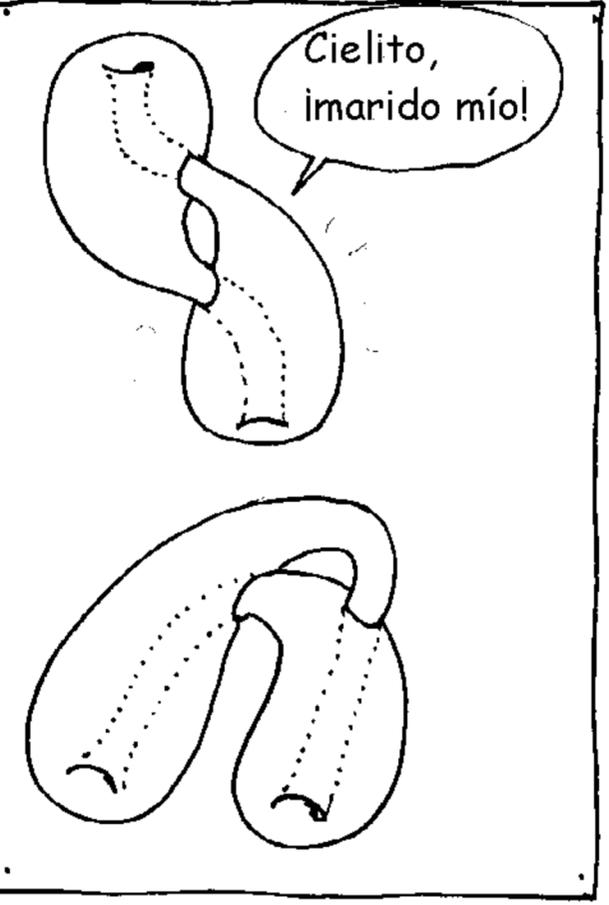
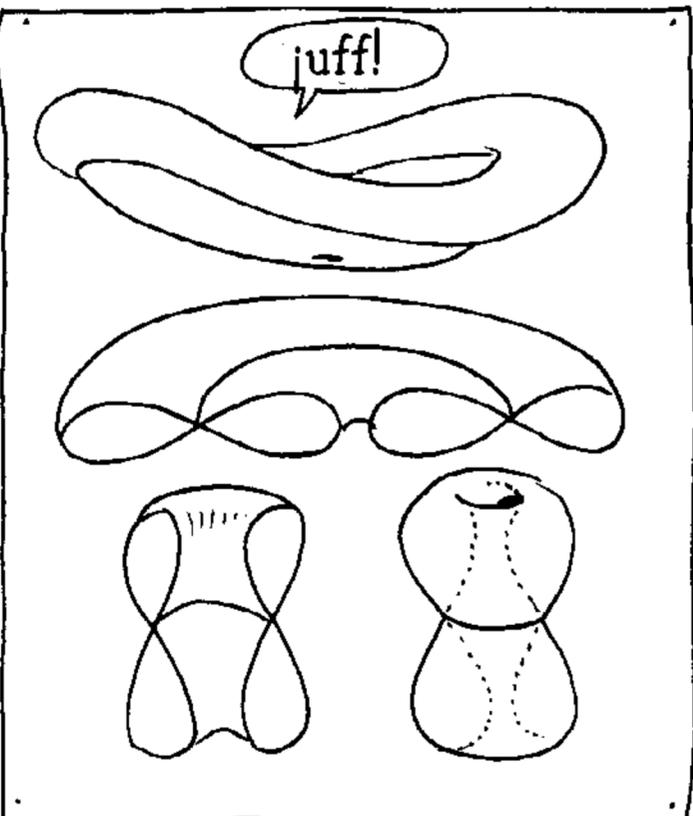
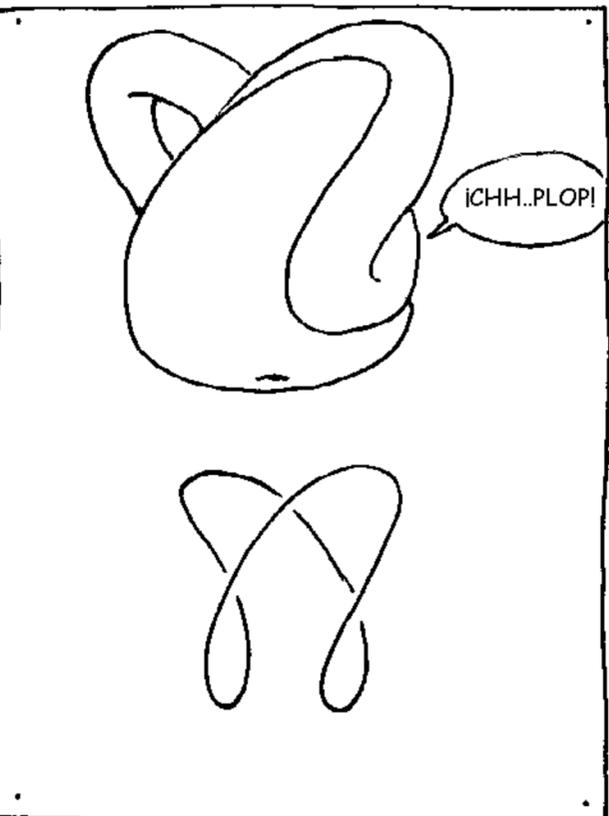
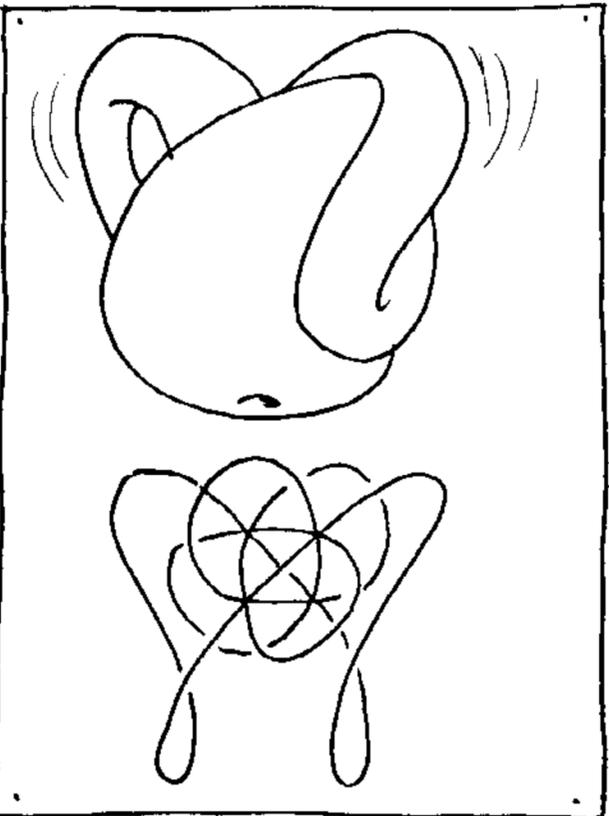
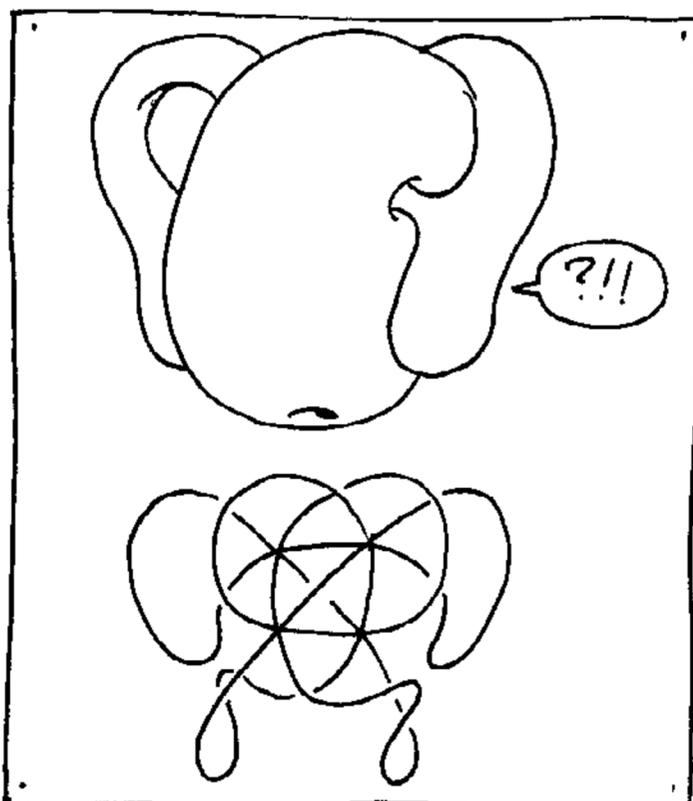
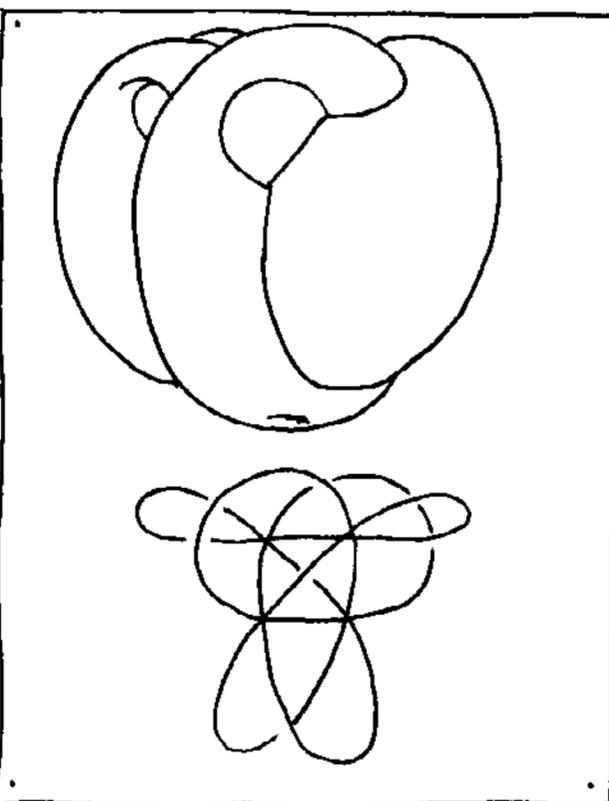
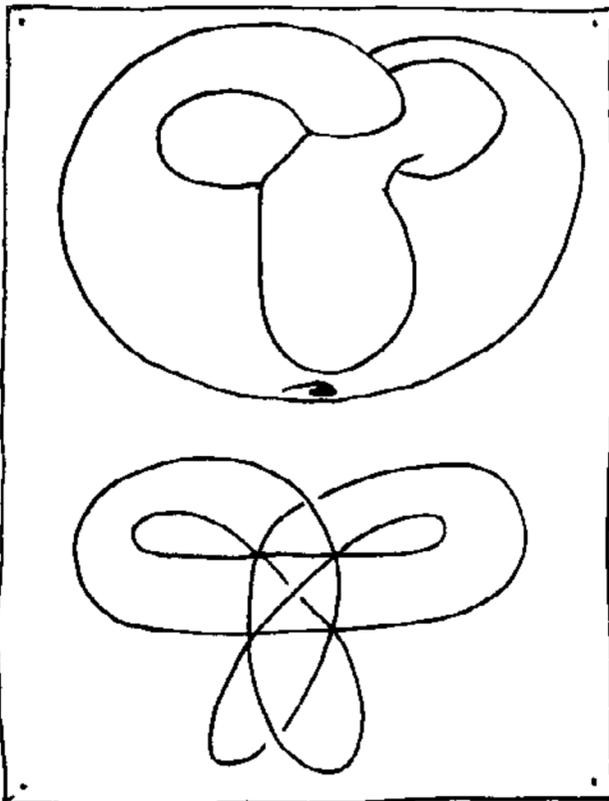
$$\begin{cases} X_1 = \frac{A^2 - B^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} + A \cos \theta - B \sin \theta \\ Z_1 = \sqrt{A^2 + B^2} + A \cos \theta + B \sin \theta \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \sin 3\mu \begin{cases} A(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) + 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \\ B(\mu) = 10 + 1,41 \sin(6\mu - \pi/3) - 1,98 \sin(3\mu - \pi/6) \end{cases}$$

```
1 REM TRACE MERIDIENS DE LA SURFACE DE BOY
3 HOME : TEXT
50 PI = 3.141592:P3 = PI / 3:P6 = PI / 6:P8 = PI / 8
60 HGR : HCOLOR= 3
90 FOR MU = 0 TO PI STEP 0.1
95 P = P + 1
100 D = 34 + 4.794 * SIN (6 * MU - P3)
110 E = 6.732 * SIN (3 * MU - P6)
120 A = D + E:B = D - E
130 SA = SIN (P8 * SIN (3 * MU))
140 C2 = SQR (A * A + B * B):C3 = (4 * D * E) / C2
160 CM = COS (MU):SM = SIN (MU)
180 FOR TE = 0 TO 6.288 STEP .06
190 TC = A * COS (TE):TS = B * SIN (TE)
200 X1 = C3 + TC - TS
210 Z1 = C2 + TC + TS
250 REM VOICI LES 3 COORDONNEES
300 X = X1 * CM - Z1 * SA * SM
310 Y = X1 * SM + Z1 * SA * CM
350 REM PROGRAMME DE DESSIN
360 HPLOT 130 + X,80 + Y
400 NEXT TE: NEXT MU
```







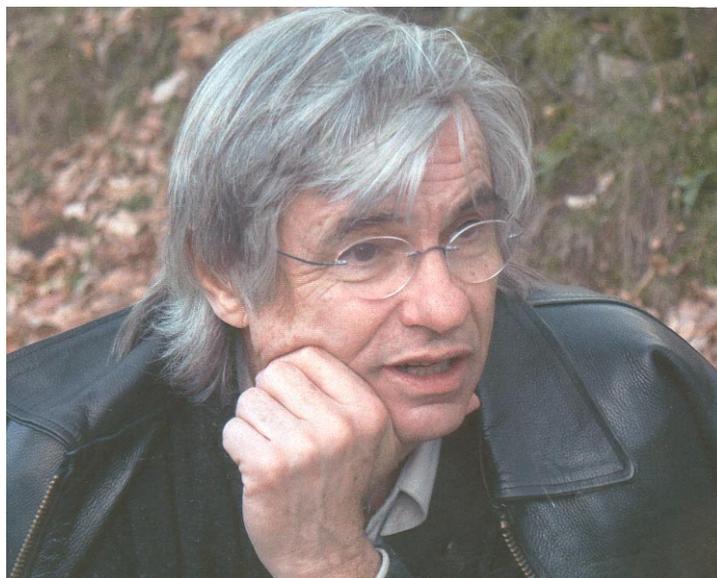
Extraído de "RETORNO NO TRIVIAL DEL TORO", Informes de l'Académie des Sciences de París, 20 noviembre 1978 de Jean Pierre PETIT.

Y de "Para la ciencia", enero 1979

Saber sin Fronteras

Association Loi de 1901

<http://www.savoir-sans-frontieres.com>



Jean-Pierre Petit, presidente de la Asociación

Antiguo director de investigaciones del CNRS, astrofísico y creador de un nuevo género : la Historieta Científica. Creada en el año 2005 junto con su amigo Gilles d'Agostini, la asociación Saber sin Fronteras tiene como finalidad distribuir gratuitamente el saber científico y técnico por todo el mundo. La asociación funciona gracias a donaciones y retribuye a sus traductores con 150 euros por cada historieta traducida (en el 2007), asumiendo además los cargos bancarios de las transferencias. Numerosos traductores en todo el mundo contribuyen a aumentar diariamente el número de álbumes traducidos, los cuales ascienden en el 2007 a 200 y son telecargables de manera gratuita en 28 idiomas, incluyendo el Laostaní y el Ruandés.

El presente archivo pdf puede ser duplicado y reproducido sin restricciones, parcial o totalmente, y utilizado por los profesores en sus cursos a condición de que lo hagan sin ánimo de lucro. Puede ser depositado en bibliotecas municipales, escolares y universitarias, tanto en forma impresa como en redes de tipo Intranet.

El autor tiene previsto completar la presente colección de historietas con álbumes más elementales, para chicos de 12 años. Igualmente están en proceso de elaboración álbumes « hablantes » para analfabetas, así como álbumes bilingües para el aprendizaje de idiomas a partir de las lenguas de origen.

La asociación está buscando continuamente nuevos traductores que puedan traducir las obras a su propia lengua materna y que posean las competencias técnicas que los habiliten para realizar buenas traducciones de los álbumes que emprenden.

Para contactar la asociación basta con ir a su página web

Para realizar una donación:

Para otros países → Número de Cuenta Bancaria Internacional (IBAN) :

IBAN
FR 16 20041 01008 1822226V029 88

y → Código Identificador del Banco (BIC):

BIC
PSSTFRPPMAR

Los estatutos de la asociación (en francés) están disponibles en su sitio web. Así mismo, la contabilidad puede ser accesada en línea, en tiempo real. La asociación no retiene dinero alguno de las donaciones, ni siquiera los costos de las transferencias bancarias, de modo que las sumas entregadas a los traductores son netas.

La asociación no paga a ninguno de sus miembros, que operan benévolamente y asumen ellos mismos los costos de funcionamiento y de administración del sitio web, costos que no son por lo tanto sufragados por la asociación.

Pueden estar seguros de que en esta especie de « obra humanitaria cultural », cualquiera sea la suma que ustedes donen, ésta será consagrada íntegramente a retribuir a los traductores.

En promedio, estamos poniendo en línea una decena de nuevas traducciones cada mes.